

# CONSERVAÇÃO DA ENERGIA

## ➤ Introdução

Quando um mergulhador pula de um trampolim para uma piscina, ele atinge a água com uma velocidade relativamente elevada, possuindo grande **energia cinética**. De onde vem essa energia? Podemos dizer que a força gravitacional (seu peso) exerce um trabalho sobre o mergulhador durante a queda. A energia cinética do mergulhador (a energia associada com seu movimento) aumenta de uma quantidade igual ao trabalho realizado sobre ele.

Existe um método útil para estudar conceitos envolvendo trabalho e energia cinética. Esse método é baseado no **conceito de energia potencial**, que é a energia associada com a posição da partícula e não ao seu movimento.

Chegou o momento de mostrarmos que em alguns casos a soma da **energia cinética** com a **energia potencial**, que fornece a energia mecânica total de um sistema, permanece constante durante o movimento do sistema. A lei da **conservação de energia**.

## ➤ Energia Potencial

Vimos no capítulo anterior que a energia cinética é dada por:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

← Esta expressão é válida em geral.

O mesmo não acontece com a energia potencial, ou seja, a expressão para a energia potencial depende do problema abordado. Por exemplo:

$$\left\{ \begin{array}{l} U = mgh \text{ (energia potencial devido a força peso)} \\ U = \frac{1}{2}kx^2 \text{ (energia potencial elástica - sistema massa mola)} \end{array} \right.$$

## ➤ Energia Mecânica

A **energia mecânica**  $E$  de um sistema é a soma da energia cinética  $K$  e da energia potencial  $U$ . Nosso principal objetivo será verificar o que acontece com o valor da energia mecânica quando uma determinada força age dentro do sistema. Ela varia ou permanece constante?

$$E = K + U \quad \text{Quando} \quad \begin{cases} \Delta E = 0 & \text{temos conservação da energia mecânica} \\ \Delta E \neq 0 & \text{a energia mecânica não é conservada} \end{cases}$$

### A Força Elástica

A energia cinética  $K$  de um bloco em movimento se transforma na energia potencial  $U$  de uma mola comprimida e se transforma de novo em energia cinética. A energia mecânica  $E$  do sistema bloco-mola é a soma da energia cinética do bloco e da energia potencial da mola no mesmo instante de tempo.

A energia mecânica do sistema bloco-mola é conservada. Se  $E$  não fosse conservada, o bloco não voltaria para o estado inicial com a mesma energia cinética inicial.

A conservação da energia mecânica do sistema bloco-mola pode ser escrita na forma:

$$E = K_1 + U_1 = K_2 + U_2 = \dots = K_n + U_n = \text{constante} \Rightarrow \Delta E = 0$$

indica o instante durante o processo. ←

ou seja:

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

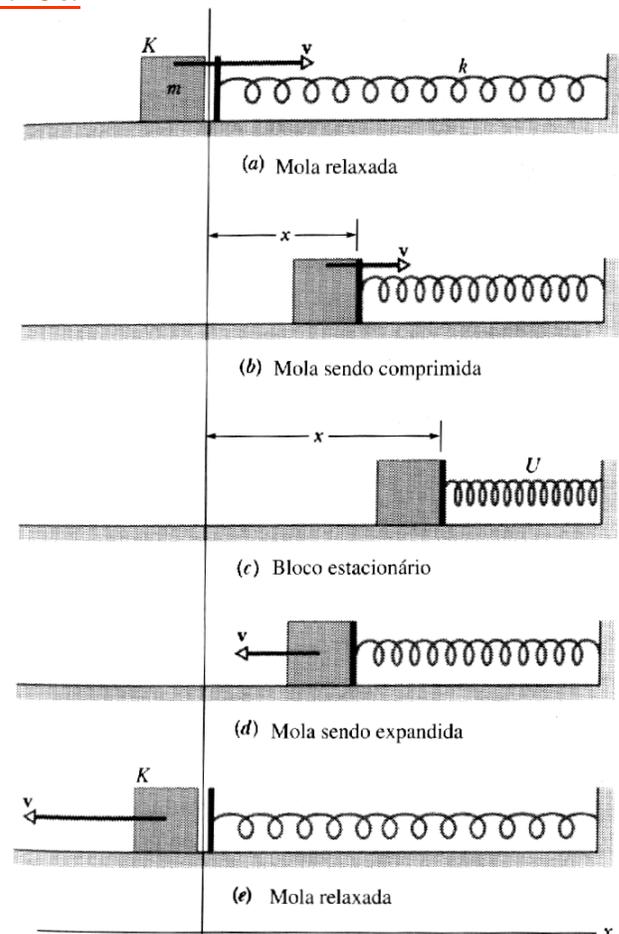


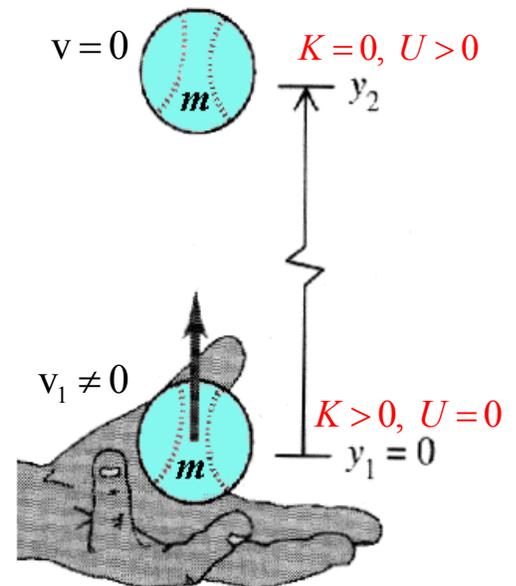
Fig. Sistema bloco-mola sem atrito

A força elástica  
é conservativa !

## A Força Peso

Uma bola de massa  $m$  é arremessada para cima. Durante a subida, a energia é transferida da energia cinética da bola para energia potencial do sistema bola-Terra, até que bola pára por um instante. Em seguida, a bola começa a cair, recuperando a energia cinética, ao mesmo tempo que a energia potencial do sistema bola-Terra diminui.

Durante a subida e a descida da bola, a energia mecânica do sistema é conservada.



$$\Delta E = 0 \Rightarrow \Delta K + \Delta U = 0$$

A força peso é conservativa!

### ➤ Determinação da Energia Potencial

Suponha que uma única força  $F$ , que pode ser a força peso ou força elástica, age sobre uma partícula, realizando uma quantidade de trabalho  $W$ . Combinando a conservação da energia mecânica e o teorema trabalho energia cinética.

$$\underbrace{\Delta K + \Delta U = 0}_{\text{conservação da energia mecânica}} \quad \text{e} \quad \underbrace{W = \Delta K}_{\text{teorema trabalho energia}}$$

temos:

$$\Delta U = -W \quad (\text{definição de } \Delta U)$$

Assim, se uma força muda a energia potencial de um sistema e altera a sua configuração, a variação de energia potencial é igual ao trabalho realizado pela força com o sinal oposto. Vemos também que a unidade de trabalho, isto é, o joule.

## ➤ Expressões para a Energia Potencial

Caso Unidimensional:  $\Delta U = -W = -\int_{x_i}^{x_f} F(x)dx$

Energia Potencial Elástica:  $F(x) = -kx$  ← Força sistema massa-mola

$$U(x) = -\int_0^x (-kx)dx \Rightarrow U(x) = \frac{1}{2} kx^2$$

Energia Potencial da Força Peso:  $F = -mg$  ← Força Peso

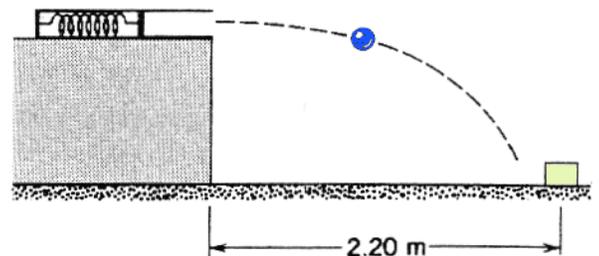
$$U(y) = -\int_0^y (-mg)dy \Rightarrow U(y) = mgy$$

**Problema 26:** Duas crianças brincam de acertar, com uma bolinha lançada por um revólver de brinquedo situado na mesa, uma caixinha colocada no chão a 2,20 m da borda da mesa. Lucas comprime a mola de 1,10 cm, mas a bolinha cai 27,0 cm antes da caixa. De quando deve a mola ser comprimida pela Laura para atingir o alvo?

**Solução:** Vamos aplicar o princípio da conservação da energia mecânica no lançamento horizontal.

$$E_i = E_f \Rightarrow K_i + U_i = K_f + U_f$$

$$0 + \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} mv^2 + 0$$



$$\left. \begin{array}{l} \text{Lançamento 1: } kx_1^2 = mv_1^2 \\ \text{Lançamento 2: } kx_2^2 = mv_2^2 \end{array} \right\} x_2 = \frac{v_2}{v_1} x_1 \quad (1)$$

**Movimento horizontal:**  $x = x_0 + v_x t$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Lançamento 1: } l - d = v_1 t \\ \text{Lançamento 2: } l = v_2 t \end{array} \right\} \frac{l}{l-d} = \frac{v_2}{v_1} \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1)

$$x_2 = \frac{l}{l-d} x_1$$

$$x_2 = \frac{220\text{cm}}{(220-27)\text{cm}} (1,10\text{cm})$$

$$x_2 \cong 1,25\text{cm}$$

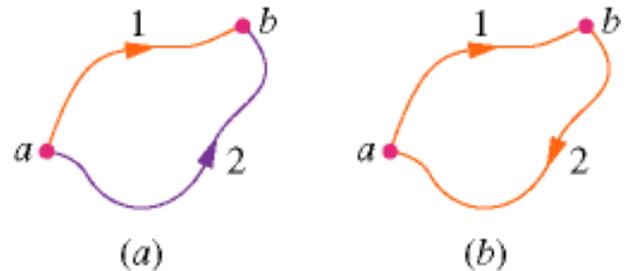
## ➤ Forças Conservativas e Não-Conservativas

Quando uma força muda o estado de um sistema, se uma mudança de energia potencial pode ser associada a essa mudança de estado, dizemos que a **força é conservativa**; caso contrário, dizemos que a **força é não-conservativa**. A força elástica e a força peso são forças conservativas; as forças de atrito são forças não-conservativas.

*i) Uma força é conservativa se o trabalho realizado por ela numa partícula que percorre um circuito fechado é igual a zero; caso contrário, a força é não conservativa.*

*ii) Uma força é conservativa se o trabalho realizado por ela sobre uma partícula que se move de um ponto para outro é o mesmo para todos os caminhos que ligam os dois pontos; caso contrário, a força é não conservativa.*

Suponha que uma partícula se mova de  $a$  até  $b$  percorrendo a trajetória 1 e depois volte para  $a$  percorrendo a trajetória 2. Se a força que age sobre a partícula for conservativa;



Da figura (b):  $W_{ab,1} + W_{ba,2} = 0 \quad \Rightarrow \quad W_{ab,1} = -W_{ba,2} \quad (3)$

Da figura (a):  $W_{ab,1} = W_{ba,2} = -W_{ab,2} \quad (4)$

$$W_{ab,1} = W_{ab,2}$$

## ➤ Cálculo da Força a partir da Energia Potencial

Para um movimento unidimensional, o trabalho  $W$  realizado por uma força que age sobre uma partícula enquanto ela sofre um deslocamento  $dx$  é dado por:  $W = F(x) dx$ , então

$$dU(x) = -W = -F(x)dx$$

ou seja:

$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$$

## ➤ Gráfico da Função Energia Potencial

$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx} \quad E = K + U$$

