IPS Instituto Politécnico de Setúbal
Escola Superior de Ciências Empresariais

Optimização Logística

Mestrado em Ciências Empresariais 1º Ano 2º Semestre 2019/2020

Escola Superior de Tecnologia de Setúbal | Escola Superior de Educação | Escola Superior de Ciências Empresariais | Escola Superior de Tecnologia do Barreiro | Escola Superior de Saúde

Análise de Sensibilidade

Análise de Sensibilidade

A análise de sensibilidade de um problema de programação linear passa pelo cálculo do intervalo de valores dentro do qual um determinado parâmetro (definido originalmente) poderá variar, sem que essa variação provoque uma alteração da base ótima.

variáveis básicas: variáveis não nulas que fazem parte da solução do problema

$$\begin{aligned} \max F &= c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n \\ s.a. \quad & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\ & \vdots \\ & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \leq b_m \\ & x_i \geq 0 (i = 1, 2, 3, \ldots, n) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \max Z &= \mathbf{c}^T\mathbf{x} \\ s.a. \quad & \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b} \\ & x_i \geq 0 \end{aligned}$$

Problema Primal ótica da produção

Análise de Sensibilidade

variáveis básicas: variáveis não nulas que fazem parte da solução do problema

Ou seja, de forma a que as variáveis básicas permaneçam básicas, **podendo contudo o seu valor**, assim como o **valor óptimo da função objetivo ser alterado**.

$$\begin{aligned}
\max F \quad &= c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n \\
s.a. \quad & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\
& a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\
& \vdots \\
& a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \leq b_m \\
& x_i \geq 0 (i = 1, 2, 3, \ldots, n)
\end{aligned}$$

Coeficientes da função objetivo $\boldsymbol{c}_{\mathbf{j}}$

Limites das restrições $\boldsymbol{b}_{\mathbf{i}}$

Coeficientes técnicos $\boldsymbol{a}_{\mathbf{ij}}$

AS: Função Objetivo

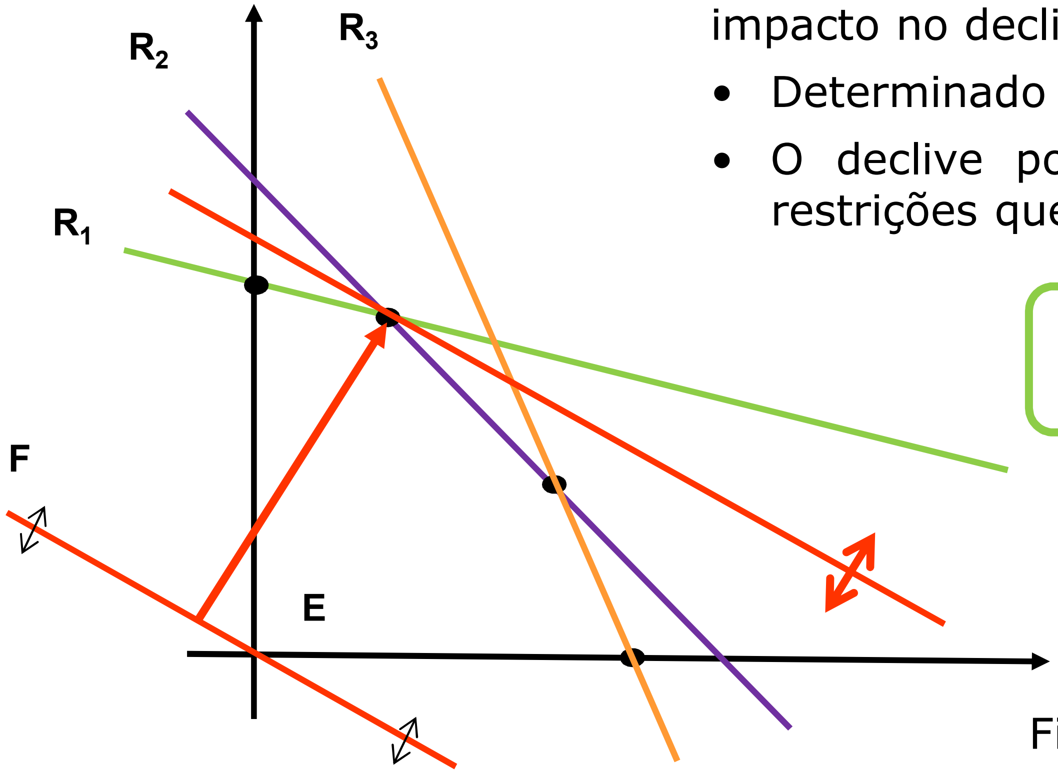
Uma alteração dos coeficientes originais da linha da função objetivo, ou seja, dos coeficientes associados às variáveis de decisão provoca:

uma alteração dos **preços sombra** e **valor da função objetivo**

$$
\begin{aligned}
\max F &= \boxed{c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n} \\
s.a. \quad & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\
& a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\
& \vdots \\
& a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \leq b_m \\
& x_i \geq 0 (i = 1, 2, 3, \ldots, n)
\end{aligned}
$$

Coeficientes da função objetivo $\mathbf{c_j}$

AS: Função Objetivo (2D)



Coeficientes da função objetivo têm impacto no declive da reta

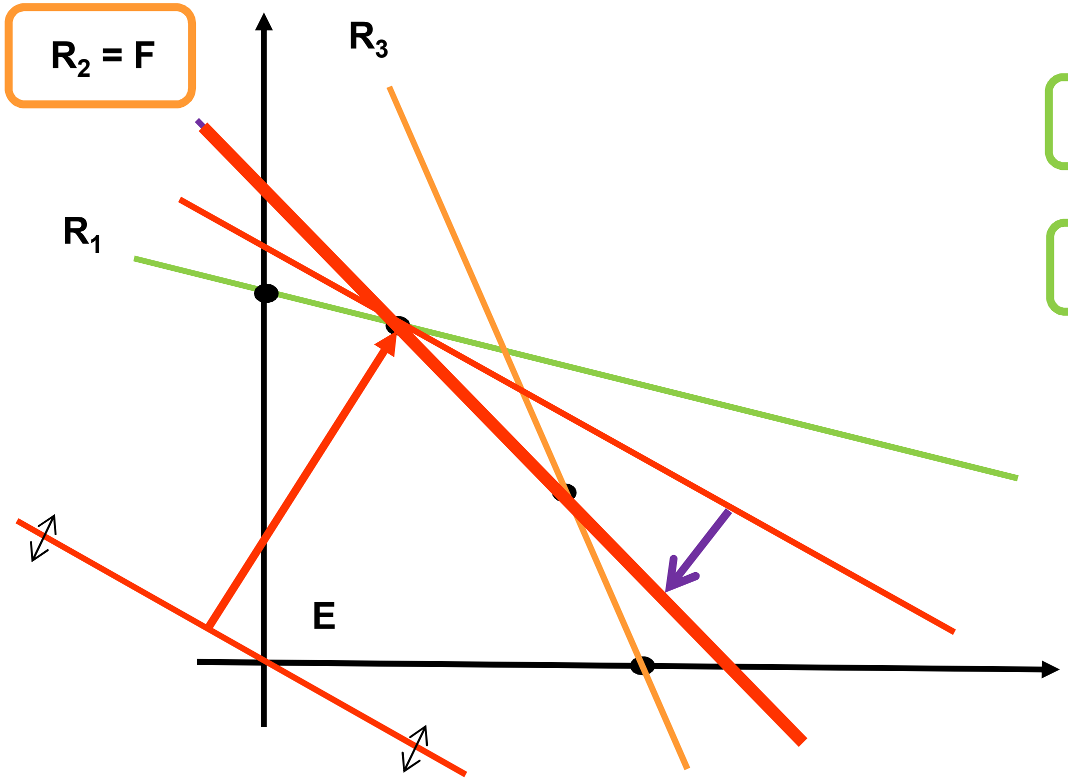
- Determinado o ponto ótimo
- O declive pode variar até atingir as restrições que definem o ponto ótimo

$$\min F = \min\boxed{(c_1 x_1 + c_2 x_2)}$$

$$x_2 = -\frac{c_1}{c_2} x_1$$

Fixar c_2 (denominador) e variar o c_1 (numerador)

AS: Função Objetivo (2D)



$$x_2 = -\frac{c_1}{c_2}x_1$$

Se c_1 **aumenta**

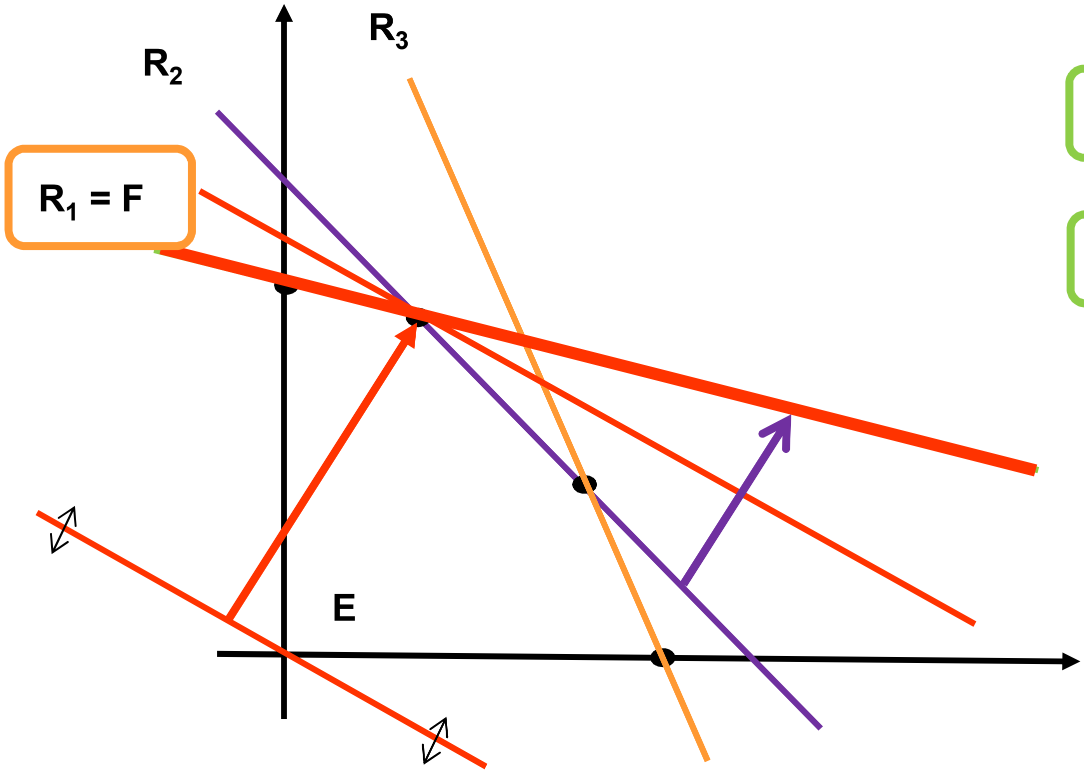
Reta fica mais **vertical**

Exemplo:

A reta da função objetivo ficará paralela com $\mathbf{R_2}$

Caso c_1 aumente mais o problema necessita de ser novamente resolvido

AS: Função Objetivo (2D)



$$x_2 = -\frac{c_1}{c_2}x_1$$

Se c_1 **diminui**

Reta fica mais **horizontal**

Exemplo:

A reta da função objetivo ficará paralela com $\mathbf{R_1}$

Caso c_1 diminua mais o problema necessita de ser novamente resolvido

AS: Limite da Restrições (2D)

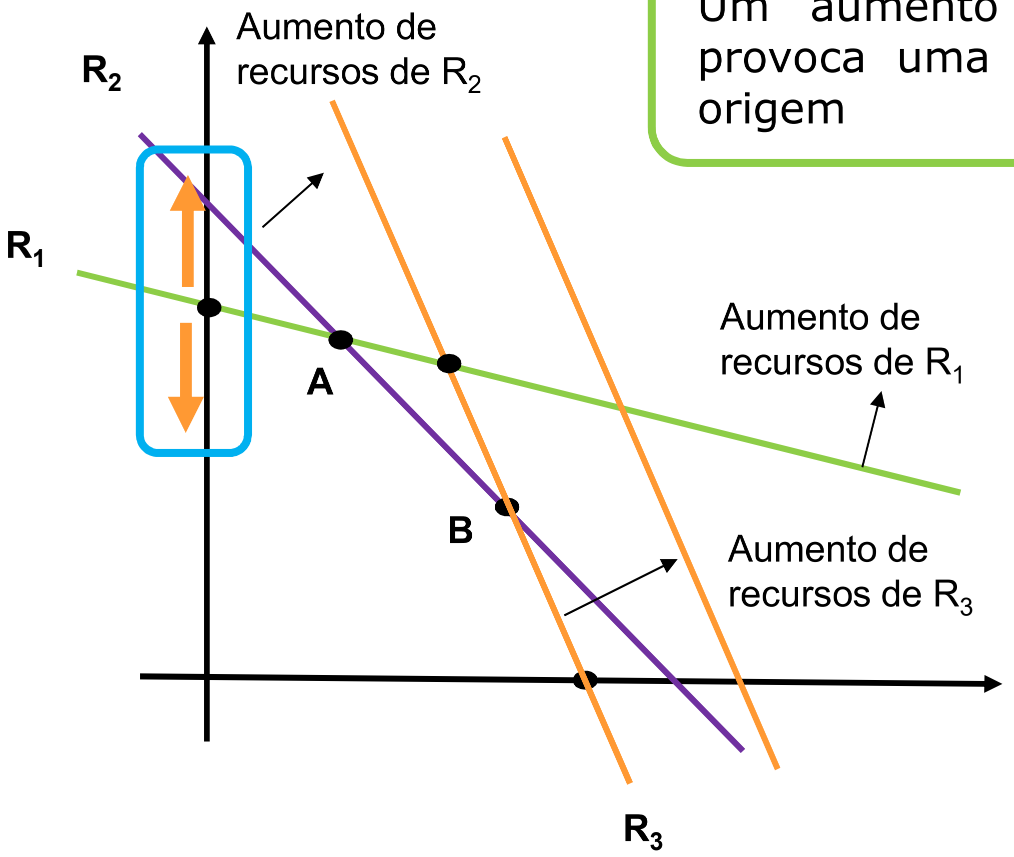
Uma alteração nos limites ou lados direitos das restrições – que traduz uma alteração nos recursos disponíveis ou de quaisquer outras condições provoca:

uma alteração imediata nos **valores das variáveis básicas** e no **valor da função objetivo**

$$\begin{aligned} \max F \quad = \quad & c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_n x_n \\ s.a. \quad \quad & a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \ldots + a_{1n} x_n \leq \boxed{b_1} \\ & a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \ldots + a_{2n} x_n \leq \boxed{b_2} \\ & \vdots \\ & a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \ldots + a_{mn} x_n \leq \boxed{b_m} \\ & x_i \geq 0 (i = 1, 2, 3, \ldots, n) \end{aligned}$$

Limites das restrições $\boldsymbol{b}_\mathbf{i}$

AS: Limite das Restrições (2D)



Um aumento dos recursos disponíveis provoca uma alteração da ordenada na origem

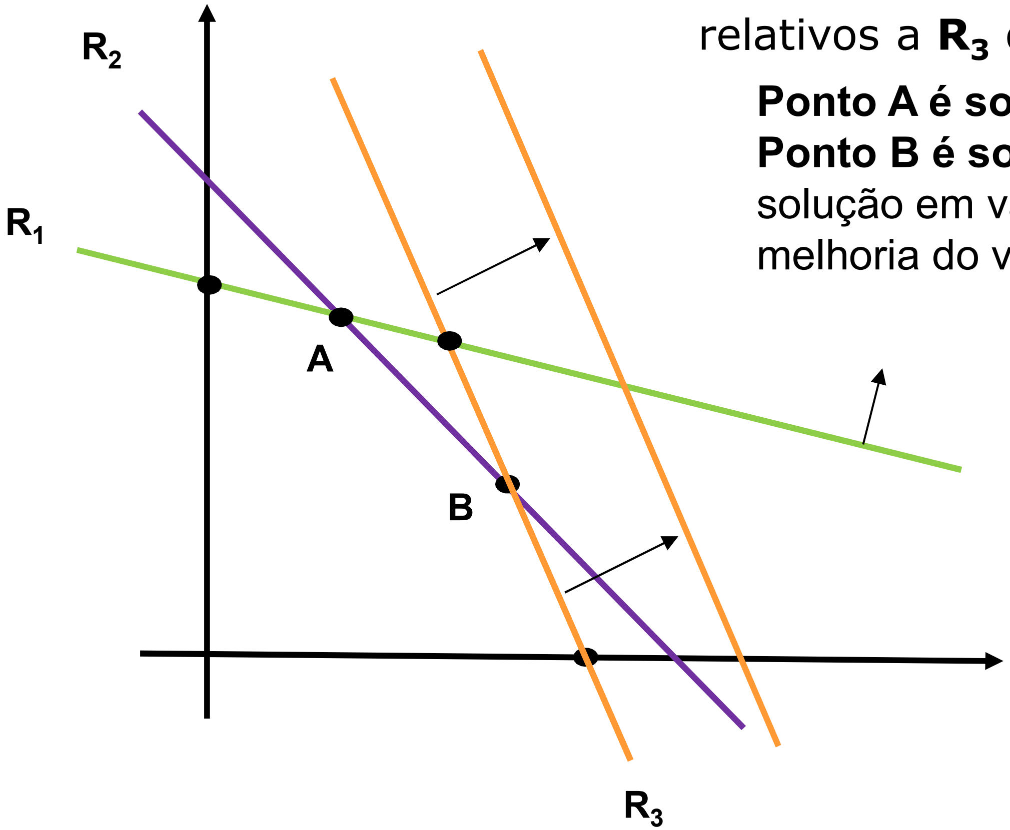
$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1$$

$$x_2 = -\frac{a_{11}}{a_{12}}x_1 + \boxed{\frac{b_1}{a_{12}}}$$

***b*$_1$** aumenta ponto sobe

***b*$_1$** diminui ponto desce

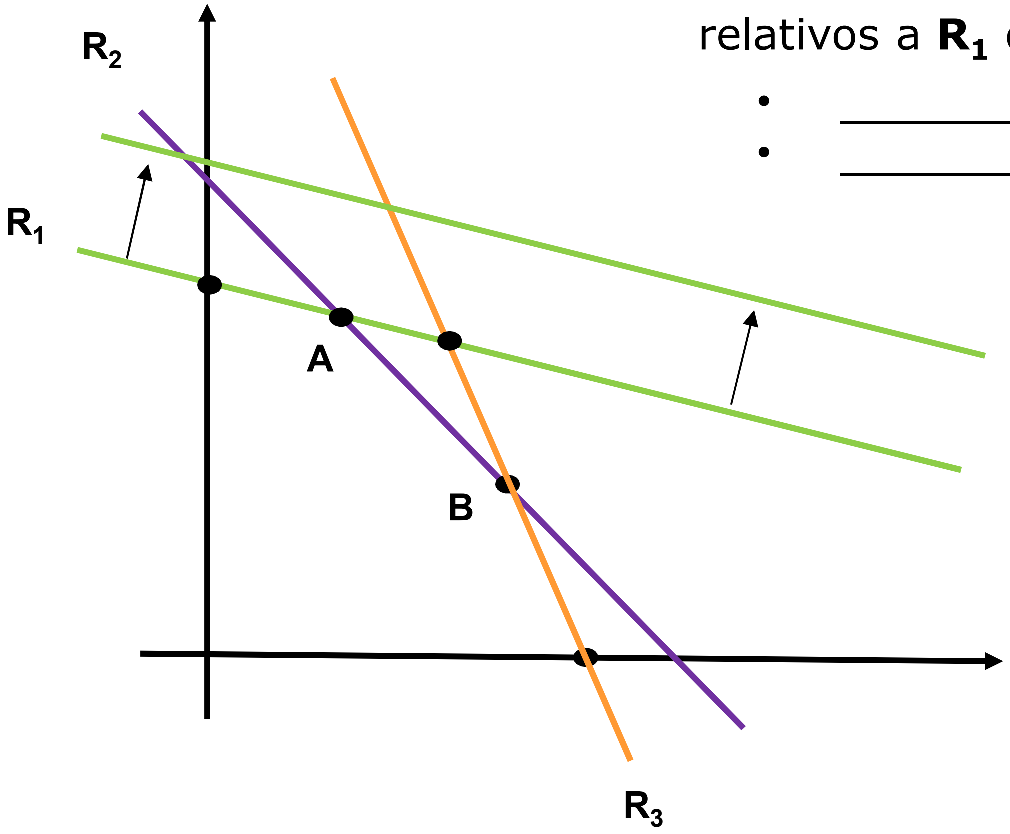
AS: Limite das Restrições (2D)



Verificou-se um aumento dos recursos relativos a **R_3** qual o impacto?

Ponto A é solução: Sem impacto
Ponto B é solução: Tem impacto. Uma nova solução em valores de variáveis básicas com melhoria do valor da função objetivo

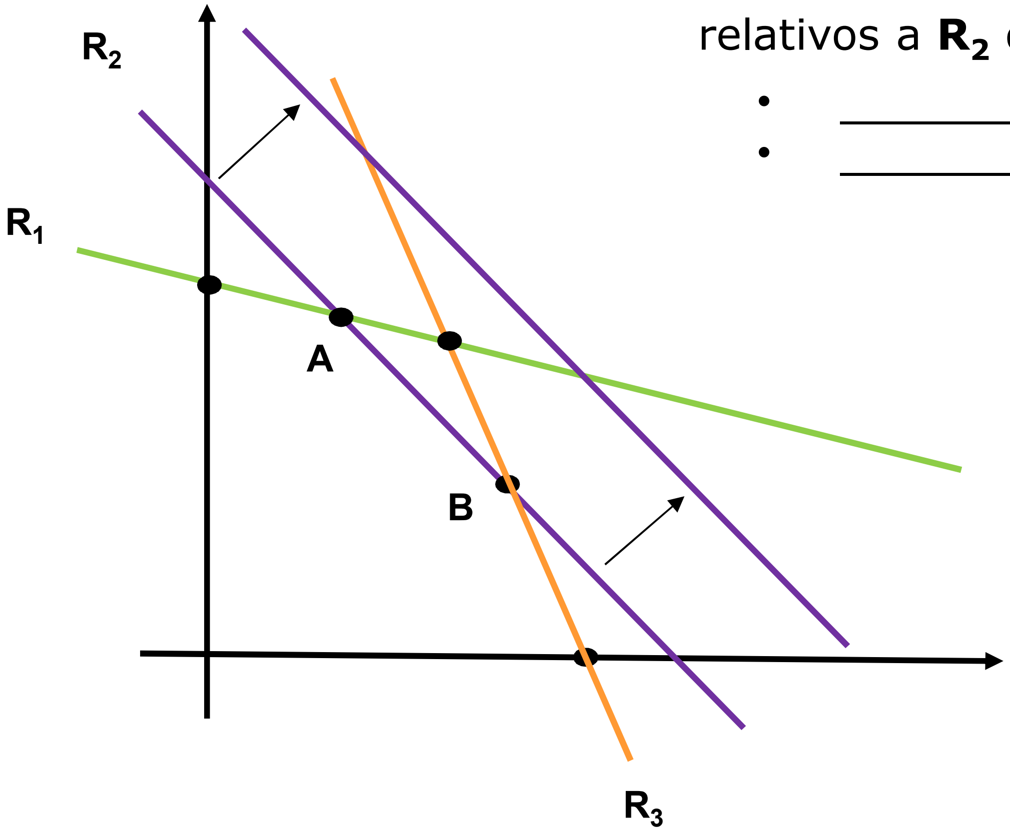
AS: Limite das Restrições (2D)



Verificou-se um aumento dos recursos relativos a **R_1** qual o impacto?

- ______________________
- ______________________

AS: Limite das Restrições (2D)



Verificou-se um aumento dos recursos relativos a **R_2** qual o impacto?

- ______________________________
- ______________________________

AS: Coeficientes da Restrições (2D)

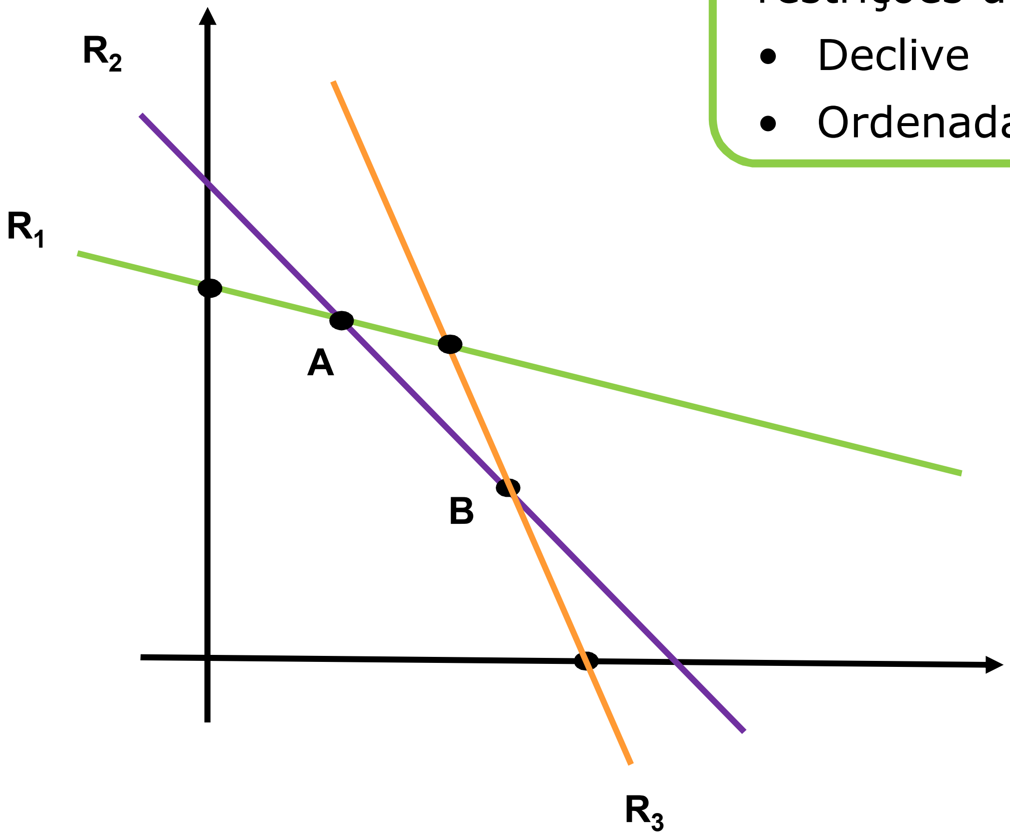
Uma alteração dos coeficientes das restrições – que traduz uma alteração no consumo dos recursos disponíveis ou de relação de quaisquer outras condições provoca:

uma alteração imediata nos **valores das variáveis básicas** e no **valor da função objetivo**

$$
\begin{aligned}
\max F &= c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n \\
s.a. \quad & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\
& a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\
& \vdots \\
& a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \leq b_m \\
& x_i \geq 0 (i = 1, 2, 3, \ldots, n)
\end{aligned}
$$

Coeficientes técnicos $\boldsymbol{a}_{ij}$

AS: Coeficientes das Restrições (2D)



O impacto traduz-se em cada uma das restrições de duas formas:

- Declive
- Ordenada na origem

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1$$

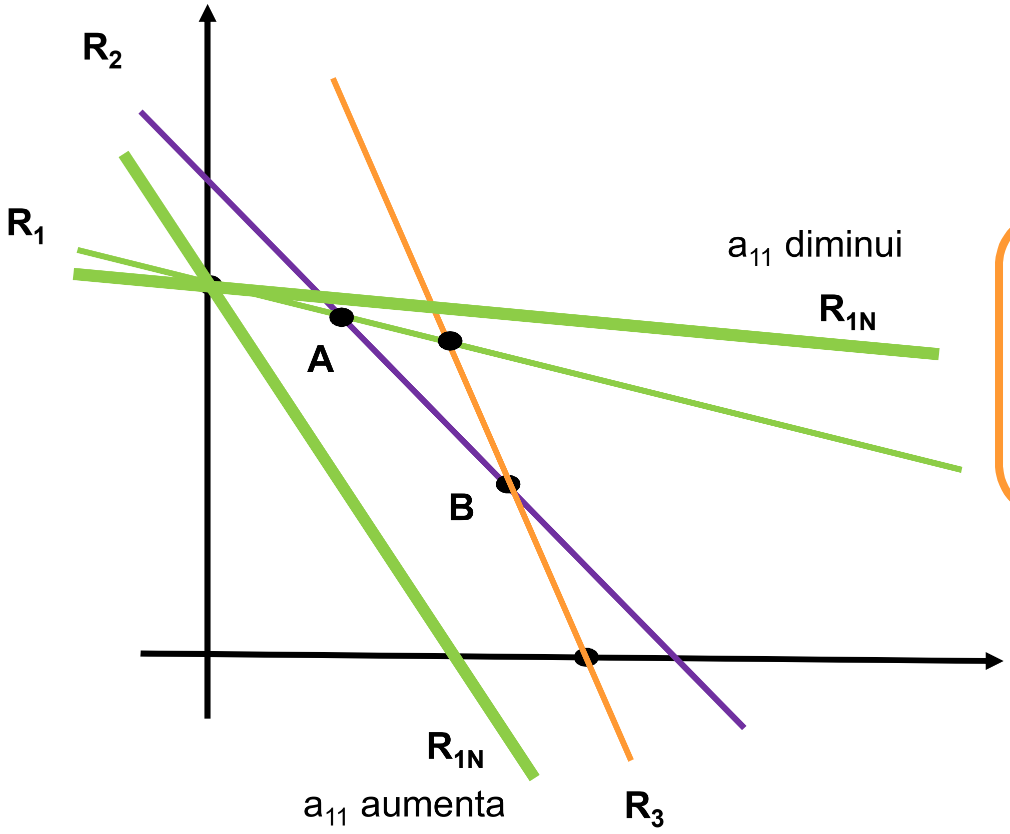
$$x_2 = \boxed{-\frac{a_{11}}{a_{12}}}x_1 + \boxed{\frac{b_1}{a_{12}}}$$

***a*$_{11}$** tem impacto apenas no declive

***a*$_{12}$** tem impacto no declive e ordenada na origem

AS: Coeficientes das Restrições (2D)

Considere-se a restrição $\mathbf{R_1}$



$$x_2 = -\boxed{\frac{a_{11}}{a_{12}}} x_1 + \frac{b_1}{a_{12}}$$

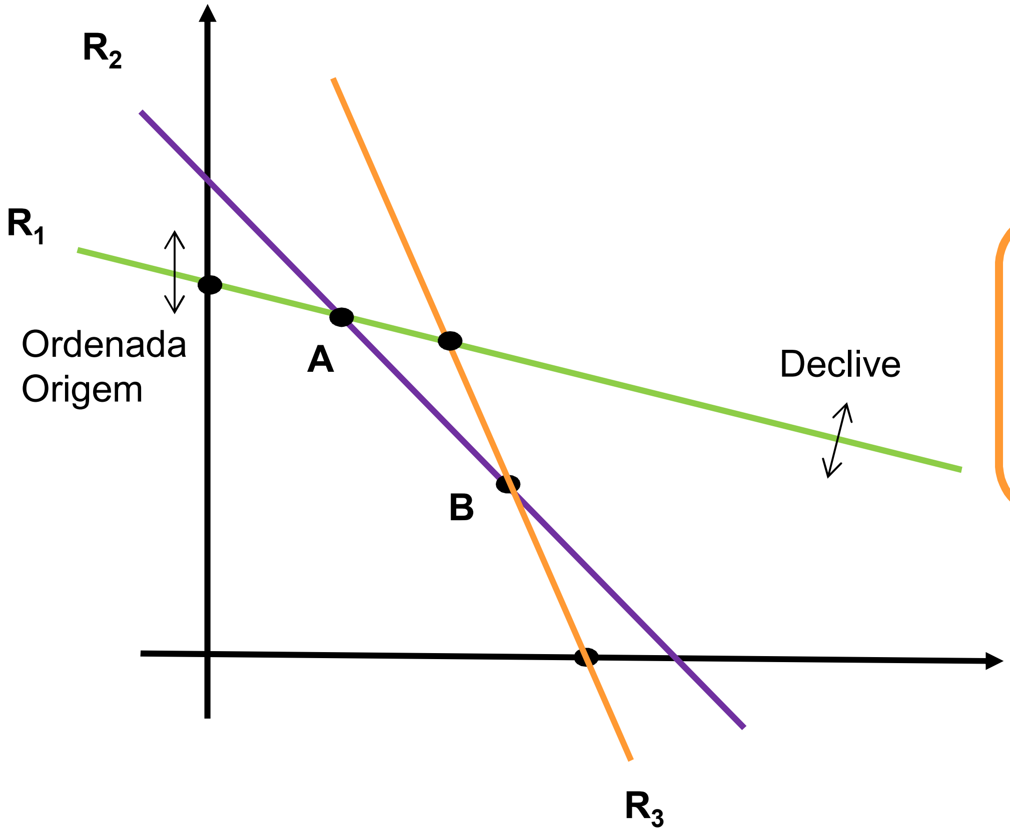
***a*₁₁** varia:

Só tem impacto no declive

Se **aumenta** reta mais **vertical**

Se **diminui** reta mais **horizontal**

AS: Coeficientes das Restrições (2D)



Considere-se a restrição **R_1**

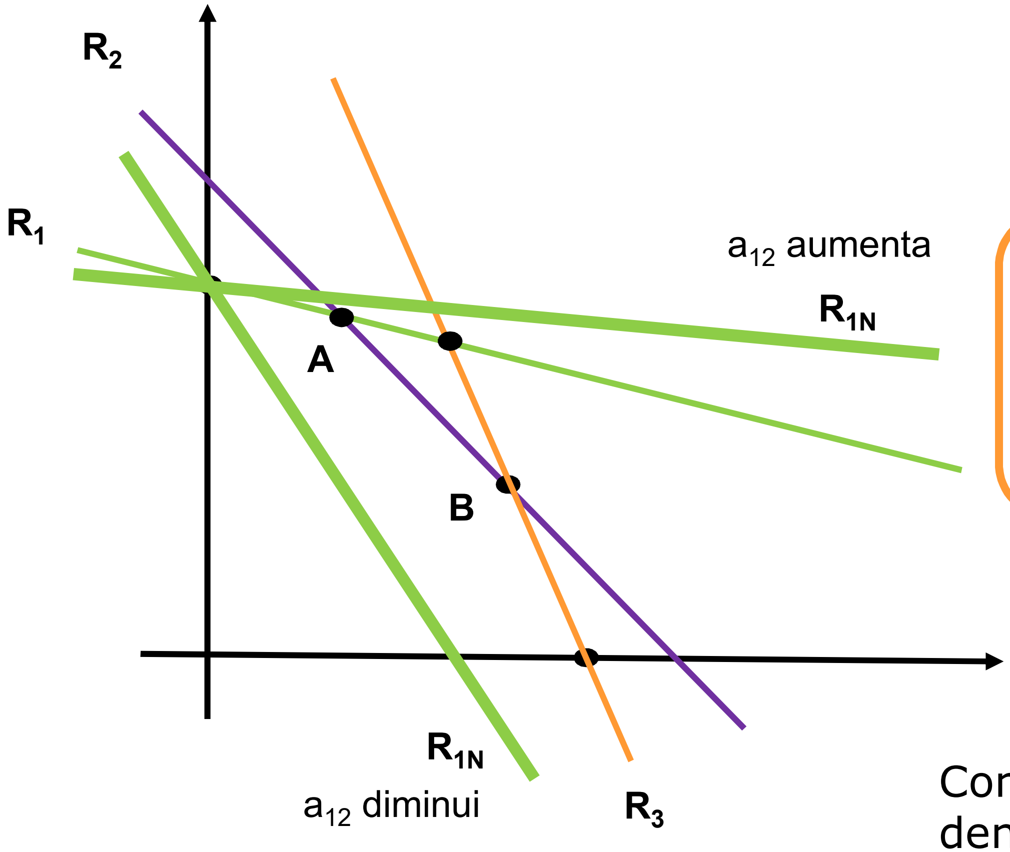
$$\boxed{x_2 = -\boxed{\frac{a_{11}}{a_{12}}}x_1 + \boxed{\frac{b_1}{a_{12}}}}$$

a_{12} varia:

Tem impacto

- Declive
- Ordenada origem

AS: Coeficientes das Restrições (2D)



Considere-se a restrição $\mathbf{R_1}$

$$x_2 = -\boxed{\frac{a_{11}}{a_{12}}} x_1 + \boxed{\frac{b_1}{a_{12}}}$$

Análise do declive (a_{12}):

Se **aumenta** reta mais **horizontal**

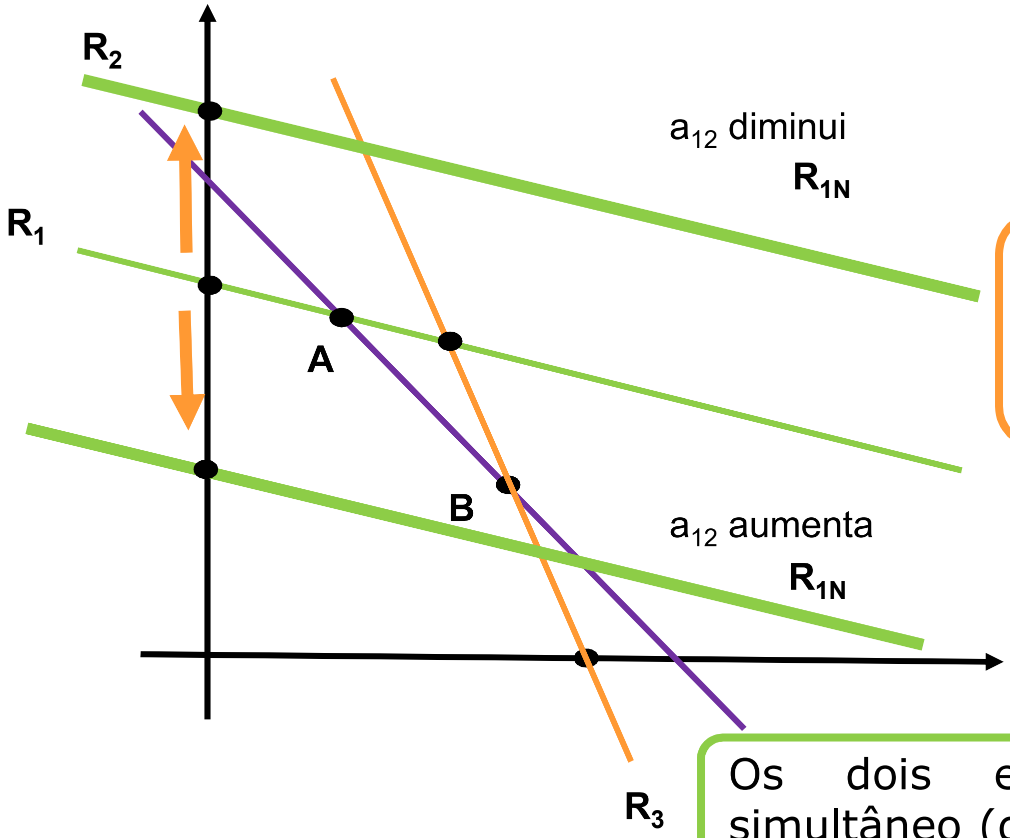
Se **diminui** reta mais **vertical**

Como a_{12} se encontra no denominador a relação é invertida

AS: Coeficientes das Restrições (2D)

Considere-se a restrição $\mathbf{R_1}$

$$x_2 = -\frac{a_{11}}{a_{12}}x_1 + \frac{b_1}{a_{12}}$$



Análise da Ordenada (a_{12}):

Se **aumenta** o ponto **baixa**

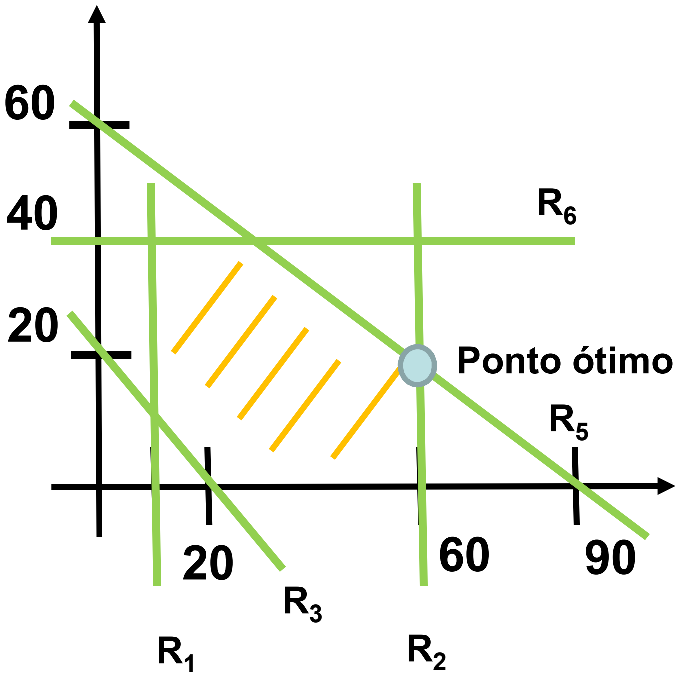
Se **diminui** o ponto **sobe**

Os dois efeitos podem ocorrer em simultâneo (declive e ordenada na origem).

Análise de Sensibilidade

Nos casos em que os termos independentes das restrições passam a assumir valores exatamente iguais aos limites dos respetivos intervalos de sensibilidade, a solução ótima consequente será degenerada e corresponderá a um ponto em que uma das variáveis da base original é nula, mas continua na base.

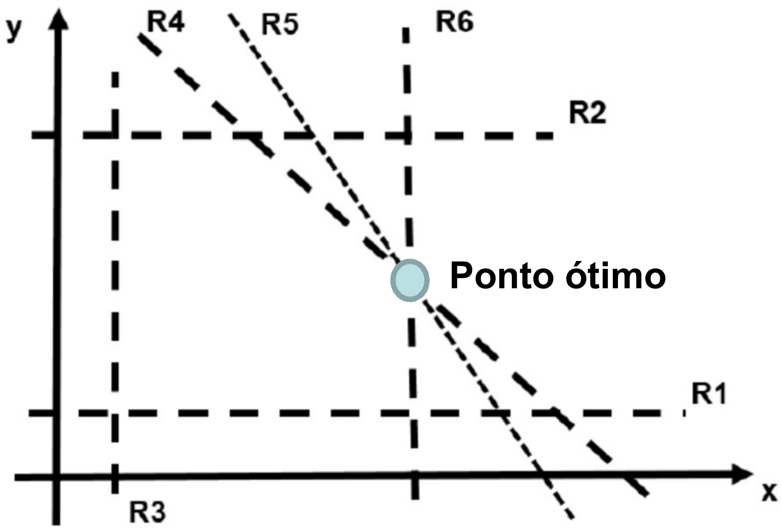
Análise de Sensibilidade



O que acontece para as seguintes situações:

- A função objetivo é alterada
- Verifica-se um aumento de disponibilidade na restrição R_3
- Verifica-se um aumento da disponibilidade de R_6
- Verifica-se um aumento da disponibilidade de R_5
- A relação do constrangimento R_6 é alterada

Análise de Sensibilidade



O que acontece para as seguintes situações:

- A função objetivo é alterada
- Verifica-se um aumento de disponibilidade na restrição R_3
- Verifica-se um aumento da disponibilidade de R_6
- Verifica-se um aumento da disponibilidade de R_5
- A relação do constrangimento R_4 é alterada

SERVIÇOS DA PRESIDÊNCIA
T [+351] 265 548 820
F [+351] 265 231 110
E ips@spr.ips.pt

Escola Superior de Educação
T [+351] 265 810 800
F [+351] 265 810 810
E secretaria@ese.ips.pt

Escola Superior de Tecnologia de Setúbal
T [+351] 265 790 000
F [+351] 265 721 869
E info@estsetubal.ips.pt

Escola Superior de Ciências Empresariais
T [+351] 265 709 300
F [+351] 265 709 301
E info@esce.ips.pt

Escola Superior de Tecnologia do Barreiro
T [+351] 212 064 660
F +351 212 075 002
E info@estbarreiro.ips.pt

Escola Supeior de Saúde
T [+351] 265 709 378
F [+351] 265 709 392
E info.ess@ess.ips.pt