

Notas sobre Relatividade Geral

Michael Fowler, University of Virginia

A Parábola de Einstein

No seu pequeno livro *Relatividade Restrita e Relatividade Geral* (*Relativity: the Special and the General Theory*), Einstein introduz a relatividade com uma parábola. Ele imagina uma viagem pelo espaço profundo, longe de quaisquer campos gravitacionais, onde qualquer corpo movendo-se a velocidade constante em linha recta assim permanecerá por muito tempo. Imagina a construção de uma estação espacial nessa região – nas suas palavras – “um cesto espaçoso, como um quarto, com um observador munido de equipamento no seu interior”. Einstein salienta que não haverá gravidade, e por isso o observador tenderá a flutuar dentro do quarto.

Mas agora uma corda é presa a um gancho a meio da tampa deste “cesto” e um “ser” não especificado puxa a corda com uma força constante. O cesto e o seu conteúdo, incluindo o observador, aceleram “para cima” a uma taxa constante. Como é que o homem no quarto vê tudo isto? Ele sente-se a mover em direcção ao que agora é o “chão” e precisa de utilizar os músculos das suas pernas para se manter em pé. Se ele largar alguma coisa, essa coisa acelera em direcção ao chão, e de facto todos os corpos aceleram à mesma taxa. Se ele fosse um ser humano normal, assumiria que o quarto estava num campo gravitacional, e poder-se-ia questionar porque é que o próprio quarto não estava também a cair. Só então descobriria o gancho e a corda, e concluiria que o quarto estava suspenso pela corda.

Einstein pergunta: deveremos apenas sorrir a esta alma perdida? A sua resposta é não – o observador no ponto de vista do cesto é tão válido como um observador exterior. Por outras palavras, *estar dentro* (de uma perspectiva exterior) *de um quarto uniformemente acelerado é fisicamente equivalente a estar num campo gravitacional uniforme*. Este é o postulado básico da Relatividade Geral. A Relatividade Restrita disse que todos os referenciais inerciais são equivalentes. A Relatividade Geral estende esta afirmação a referenciais acelerados, e afirma a sua equivalência a referenciais onde existe um campo gravitacional. Este é o chamado *Princípio de Equivalência*.

A aceleração também poderia ser usada para cancelar um campo gravitacional existente – por exemplo, dentro de um elevador em queda livre os passageiros não têm peso, estando em condições equivalentes aos de uma estação espacial não acelerada no espaço exterior.

É importante realçar que esta equivalência entre um campo gravitacional e aceleração só é possível porque a massa gravitacional é exactamente igual à massa inercial. Não há forma alguma de cancelar campos eléctricos, por exemplo, indo para um referencial acelerado, uma vez que são possíveis muitas razões carga/massa diferentes.

Ao longo do desenvolvimento da Física, o conceito de campo tem sido valioso na compreensão de como os corpos interagem uns com os outros. Visualizamos linhas do campo eléctrico a saírem de uma carga, e sabemos que há algo no espaço em volta da carga que exerce uma força noutra carga da vizinhança.

Podemos até calcular a densidade de energia armazenada no campo eléctrico, localmente proporcional ao quadrado da intensidade do campo eléctrico. É tentador pensar que o campo gravitacional é muito semelhante – afinal de contas, é apenas um outro campo que decai com o inverso do quadrado da distância. Evidentemente, no entanto, não é esse o caso. Se podemos fazer desaparecer o campo gravitacional indo para um referencial acelerado, pelo menos localmente, não é possível que a energia esteja armazenada de um modo definido localmente tão simples como no campo eléctrico.

Devemos enfatizar que ir para um referencial acelerado apenas pode cancelar um campo gravitacional constante, claro. Portanto não há nenhum referencial acelerado no qual todo o campo gravitacional de um corpo massivo, por exemplo, seja zero, uma vez que o campo gravitacional em regiões distintas do espaço circundante aponta necessariamente em direcções distintas.

Algumas consequências do Princípio de Equivalência

Considere um elevador em queda livre junto à superfície da Terra, e suponha que um laser fixo numa das paredes do elevador emite um impulso de luz horizontalmente para o correspondente ponto na parede oposta do elevador. Dentro do elevador, onde não há nenhum campo presente, o ambiente é o de um referencial inercial, e a luz irá certamente ser vista a atravessar directamente o elevador. Imagine agora que o elevador tem janelas, e que um observador em repouso relativamente à Terra observa a luz. Enquanto a luz atravessa o elevador, este está obviamente a acelerar a $1g$; portanto, e como o raio da luz irá atingir a parede oposta exactamente à mesma altura a que foi emitido, o observador exterior irá concluir que o raio de luz também acelera verticalmente a $1g$. De facto, a luz poderia ter sido emitida no instante em que o elevador estava em repouso, pelo que temos de concluir que a luz segue uma trajectória inicialmente parabólica num campo gravitacional constante. Claro que a luz viaja muito rapidamente, logo a curvatura da trajectória é muito pequena! No entanto, *o Princípio de Equivalência força-nos a concluir que a trajectória de um raio de luz é curvada por um campo gravitacional*.

A curvatura da trajectória do raio de luz num campo gravitacional foi detectada pela primeira vez em 1919, observando estrelas muito perto do Sol durante um eclipse solar. A deflexão observada para estrelas muito perto do Sol foi 1,7 segundos de arco, o que implicou medir as posições das imagens numa chapa fotográfica com uma precisão de centésimas de milímetro, um grande feito para a altura.

Poderíamos concluir, desta breve discussão, que um raio de luz num campo gravitacional segue o mesmo trajecto que uma partícula Newtoniana seguiria se se movesse à velocidade da luz. Isto é verdade no limite de pequenos desvios relativamente a uma linha recta num campo uniforme, mas não é verdade nem para pequenos desvios num campo com variações espaciais como o campo junto ao Sol através do qual a luz das estrelas viaja no eclipse mencionado acima. Poderíamos tentar construir a trajectória fazendo a luz atravessar uma sucessão de elevadores em queda livre (à prova de fogo), todos a cárem em direcção ao centro do Sol, mas nesse caso os elevadores estariam a acelerar uns relativamente aos outros (uma vez que estão todos a cair radialmente), e ajustar a trajectória ao longo dessa série é muito difícil. Se for feito de forma correcta (como Einstein fez), o resultado é que o ângulo total de deflexão é o dobro do que se obtém utilizando, ingenuamente, a teoria Newtoniana.

O que acontece se apontarmos o laser do centro do tecto na vertical para o centro do chão dentro de um elevador em queda livre? Suponhamos que o raio de luz é emitido no instante em que o elevador é largado do repouso. Se o elevador tiver altura h , levará h/c para atingir o chão. Isso significa que o

chão do elevador está a mover-se a uma velocidade gh/c quando é atingido pelo raio de luz.

Pergunta: Um observador no chão do elevador verá a luz com uma cor diferente devido ao efeito de Doppler?

A resposta tem que ser não, porque dentro do elevador, pelo Princípio de Equivalência, as condições são idênticas às de um referencial inercial sem campos gravitacionais. Não há nada que altere a frequência da luz. Isto implica, contudo, que para um observador exterior, estacionário no campo gravitacional da Terra, a frequência da luz *irá* mudar. Isto porque ele concordará com o observador no elevador sobre qual era a frequência inicial f da luz emitida no tecto (o elevador estava em repouso relativamente à Terra nesse instante), portanto se o operador afirma que a luz ainda mantém a frequência quando é recebida no chão, o qual se está agora a mover a gh/c relativamente à Terra, o observador terrestre dirá que a luz tem frequência $f(1 + v/c) = f(1 + gh/c^2)$, aplicando a fórmula do efeito de Doppler para baixas velocidades.

Daqui concluímos que a frequência da luz aumenta à medida que esta mergulha num campo gravitacional. Colocando o laser do elevador no chão apontado para o tecto, é claro que agora a luz sofre um desvio para o vermelho (frequência menor). Einstein sugeriu que esta previsão poderia ser verificada analisando linhas espectrais características de átomos existentes junto à superfície de estrelas muito densas, as quais deveriam apresentar desvios para o vermelho quando comparadas com os mesmos átomos na Terra, e isso foi confirmado. Desde então este fenómeno tem sido confirmado com muito maior precisão. Uma consequência extraordinária é que, uma vez que as oscilações atómicas que emitem a radiação são nada mais que relógios extremamente precisos, *o tempo passa de forma diferente a diferentes altitudes*. O relógio atómico padrão dos EUA, mantido a 5400 pés em Boulder, ganha 5 microssegundos por ano em relação a um relógio atómico idêntico ao nível do mar no Observatório Real de Greenwich, Inglaterra. Ambos os relógios têm uma precisão de 1 microssegundo por ano. Isto significa que você envelheceria mais lentamente se vivesse na superfície de um planeta com um campo gravitacional intenso. Claro que isso poderia não ser muito confortável.

Relatividade Geral e o Sistema de Posicionamento Global (GPS)

Apesar do que possa suspeitar, o facto de o tempo passar de modo diferente a diferentes altitudes tem consequências práticas significativas. Uma importante aplicação da Relatividade Geral no dia-a-dia é o Sistema de Posicionamento Global (GPS). Um receptor GPS calcula a sua posição detectando sinais enviados por satélites em órbita em intervalos de tempo definidos de forma precisa. Se todos os satélites emitirem os seus sinais em simultâneo, e o receptor GPS detectar sinais de quatro satélites, haverá três intervalos de tempo relativos entre esses sinais. Os próprios sinais estão codificados para dar ao receptor informação precisa da posição do satélite no instante da transmissão. Com essa informação, o receptor usa a velocidade da luz para transformar os intervalos de tempo em distâncias, e assim calcular a sua própria posição na Terra por triangulação.

Mas isto tem que ser feito com extrema precisão. Recordando que a velocidade da luz é cerca de 30cm por nanosegundo, um erro de 100 nanosegundos poderia, por exemplo, colocar um avião fora da pista numa aterragem por instrumentos. Isto significa que os relógios dos satélites têm que estar certos pelo menos até 100 nanosegundos por dia. Isso é uma parte em 10^{12} . É fácil verificar que quer a correcção da relatividade restrita devido à dilatação do tempo causada pela velocidade do satélite, quer a correcção da relatividade geral devido ao potencial gravítico são muito maiores do que isso, pelo que

os relógios dos satélites têm que ser apropriadamente corrigidos. (Os satélites dão uma volta à Terra em cada 12h, o que os coloca a uma distância de cerca de quatro raios terrestres. O cálculo da dilatação do tempo devida à velocidade do satélite e da correção devida ao potencial gravítico ficam como exercícios para o aluno.) Para mais detalhes, consulte a aula de Neil Ashby [aqui](#).

De facto, Ashby informa que quando o primeiro relógio atómico de Césio foi posto em órbita em 1977, as pessoas envolvidas estavam tão cépticas em relação à Relatividade Geral que o relógio não foi corrigido para compensar o efeito do potencial gravítico. Mas – não fosse Einstein estar mesmo certo – o satélite estava equipado com um sintetizador que poderia ser ligado se necessário para acrescentar as devidas correções relativistas. Depois de deixarem o relógio funcionar durante três semanas com o sintetizador desligado, verificou-se que diferia de um relógio idêntico na Terra precisamente pelo valor previsto pela Teoria da Relatividade, a menos das limitações do relógio. Esta simples experiência verificou o previsto desvio para o vermelho gravitacional com uma precisão de um por cento! O sintetizador foi então ligado e deixado ligado.

