Projecto Faraday

Textos de Apoio

Fluidos em Movimento

$12^{\underline{o}}$ Ano de Escolaridade

Porto, Outubro de 2009

Ficha Técnica

Projecto de intervenção no ensino da Física no secundário.

Financiamento

Fundação Calouste Gulbenkian.

Execução

Departamento de Física, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.

Escolas Participantes

- ES Filipa de Vilhena
- ES Fontes Pereira de Melo
- ES Garcia de Orta
- ES da Maia
- ES de Santa Maria da Feira

Coordenação

- J. M. B. Lopes dos Santos
- Manuel Joaquim Marques

Portal

URL: `http://www.fc.up.pt/faraday`

Texto do 12º Ano

Redactor Principal

J. M. B. Lopes dos Santos

Colaboração e revisão

- Elisa Arieiro
- Carlos M. Carvalho
- Manuel Joaquim Marques
- Maria de Fátima Mota

Capítulo 5

Fluidos em movimento

5.1 Velocidade num fluido

Se olharmos para as folhas que flutuam nas águas de um rio ou ribeiro, notamos que elas se deslocam com maior velocidade no centro do mesmo do que nas margens. Por vezes, junto à margem, podemos até vê-las a deslocar-se no sentido oposto da corrente do rio.

Num sólido rígido, não deformável, as distâncias entre diferentes pontos do mesmo são fixas. Por isso é relativamente simples caracterizar o seu deslocamento. Se o sólido se movimentar sem rotação, todos os seus pontos têm o mesmo deslocamento. Em cada instante, uma única velocidade, $\vec{v}(t)$, define o estado de movimento do corpo, porque **todos** os pontos do corpo têm a mesma velocidade (fig. 5.1).

Num fluido não temos esta simplificação. Cada ponto do fluido pode ter uma velocidade diferente. Mas o que é **um ponto do fluido?**

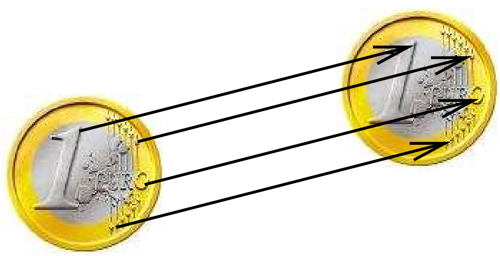


Figura 5.1: No movimento de translação da moeda todos os pontos têm o mesmo deslocamento.

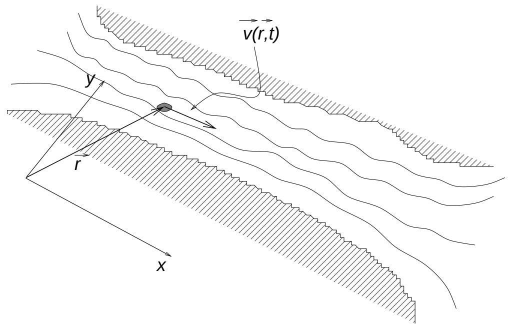


Figura 5.2: A velocidade $\vec{v}(\vec{r},t)$ é a velocidade da partícula de fluido que está em $\vec{r}$ no instante t.

Se olharmos para uma dada posição $\vec{r}$ no interior do fluido, podemos imaginar que marcamos um pequeno volume do mesmo (tão pequeno quanto desejarmos) à volta de $\vec{r}$. Registando o movimento dessa **partícula de fluido**, podemos em princípio determinar a sua velocidade.

Vejamos alguns exemplos de como poderíamos na prática realizar esta medição.

Se estivéssemos interessados nas velocidade à superfície de um rio, bastava-nos pousar uma pequena rolha (pequena para não perturbar o movimento do rio) e filmar o seu movimento. Pousando rolhas em posições diferentes do rio obteríamos, em geral, velocidades diferentes em cada posição.

A medição da velocidade do vento pode ser feita com um anemómetro. A figura 5.3 ilustra dois tipos de anemómetros. No primeiro caso o vento faz rodar os três copos montados num eixo de rotação vertical. Quanto maior for a velocidade do vento, maior será a velocidade de rotação do anemómetro; a direcção do vento não é determinada por este tipo de dispositivo. No segundo caso o vento faz rodar uma turbina muito leve, com eixo horizontal. Este tipo de anemómetro mede a componente da velocidade segundo a direcção do eixo da turbina.

O importante é que a indicação de cada dispositivo pode variar no tempo e depender do local onde estiver colocado. Ou seja, para caracterizar o movimento do fluido (no caso de fluidos designa-se muitas vezes por **escoamento**) devemos conhecer em cada instante, t, e cada posição no fluido, $\vec{r}$, a velocidade, $\vec{v}(\vec{r},t)$.

Figura 5.3: Dois tipos de anemómetro

5.1.1 O conceito de campo

Durante o boletim meteorológico são dadas as temperaturas máximas e mínimas das cidades mais importantes do país. A temperatura atmosférica, T, varia no tempo, ao longo do dia, e de local para local. Uma caracterização completa do estado da temperatura implicaria conhecer, para cada posição $\vec{r}$ no território português e cada instante t de um dia, o valor da temperatura correspondente $T(\vec{r}, t)$. Este é um exemplo de um **campo** de temperaturas. Em Física chamamos **campo** a qualquer grandeza definida em todos os pontos de uma dada região do espaço. De um modo geral os campos variam também no tempo.

O movimento de um fluido é caracterizado por um campo de velocidades, $\vec{v}(\vec{r}, t)$. Na figura 5.4 da página 8 damos um exemplo de representação gráfica de um escoamento: trata-se do escoamento de um fluido à volta de uma esfera sólida fixa[1]. Cada seta da figura representa o vector velocidade do ponto onde tem origem. Esta figura mostra que a velocidade do fluido é muito pequena próximo da esfera (de facto a velocidade anula-se na superfície da esfera). O objectivo principal da disciplina de Dinâmica de Fluidos é precisamente a determinação dos campos de velocidades em circunstâncias variadas.

[1] Este escoamento particular pode ser calculado exactamente; chama-se escoamento de Stokes. Contudo, só se observa para velocidades do fluido muito baixas. Para velocidades mais elevadas o campo de velocidades torna-se muito mais complicado.

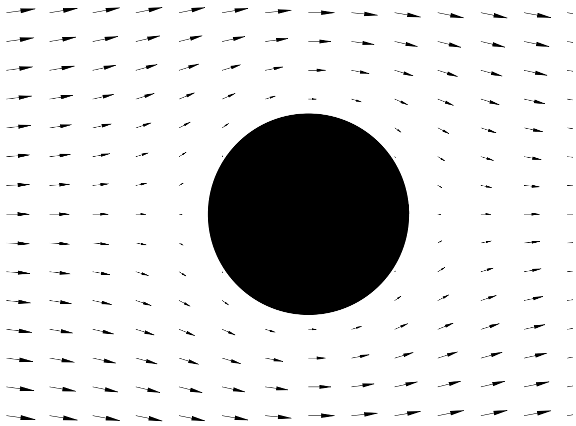


Figura 5.4: Um exemplo de escoamento de um fluido em torno de uma esfera. Cada seta representa o vector velocidade do ponto onde tem origem. Note-se como o fluido circula à volta da esfera e tem velocidade muito pequena junto dela.

$\mathcal{ETV}_1$: Na figura 5.4 tomemos o eixo Ox como horizontal, passando pelo centro da esfera.

a) Fazer uma representação gráfica esquemática da componente v_x da velocidade em função da coordenada x para $y = 0$ (ao longo do eixo Ox). Quanto vale v_y neste eixo?

b) Fazer uma representação gráfica esquemática da componente v_y da velocidade em função de x para um valor de y fixo, ligeiramente superior ao raio da esfera (ao longo de uma linha paralela a Ox).

A figura 5.5 mostra uma outra representação do mesmo campo de velocidades usando linhas de corrente. As linhas de corrente são linhas tangentes ao vector velocidade em cada ponto. A trajectória de uma partícula do fluido também é tangente à sua velocidade em cada instante. Poderíamos então pensar que as linhas de corrente são trajectórias de partículas de fluido. De facto, à vezes são, outras vezes não. Vejamos porquê.

As figuras 5.4 e 5.5, representam como que um instantâneo, uma "fotografia" do campo de velocidades, num dado instante. Se

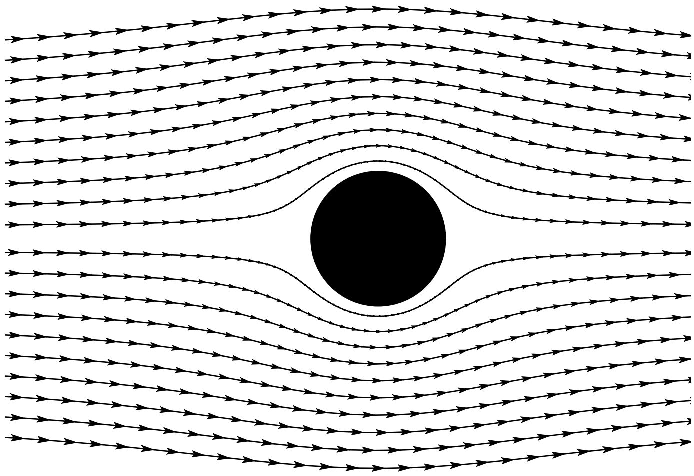


Figura 5.5: Uma representação do campo de velocidades com linhas de corrente.

o campo de velocidades variar no tempo, as linhas de corrente variam também e nesse caso não coincidem com as trajectórias das partículas de fluido.

O exemplo do torniquete usado em rega é esclarecedor. O escoamento da água num tubo dobrado fá-lo girar em torno de um eixo vertical. As linhas de corrente estão naturalmente confinadas ao interior do tubo em cada instante. Mas este roda e, portanto, as linhas de corrente variam no tempo. Como se vê na figura 5.6 da página 10, uma partícula de fluido, que se move para o exterior à medida que o tubo roda, desenha uma trajectória que não coincide com nenhuma linha de corrente.

Contudo, no caso de escoamentos que não dependem do tempo, $\vec{v}(\vec{r},t) \to \vec{v}(\vec{r})$, **escoamentos estacionários**, as partículas de fluido deslocam-se sempre ao longo da mesma linha de corrente e as trajectórias coincidem, de facto, com as linhas de corrente. A animação `stokes_anim.gif`, disponível no portal do Faraday, ilustra este facto.

▷ Actividade 5.1

Em resumo:

> as linhas de corrente são, em cada ponto tangentes à velocidade do fluido, e no caso de escoamentos que não dependem do tempo, coincidem com as trajectórias de partículas do fluido.

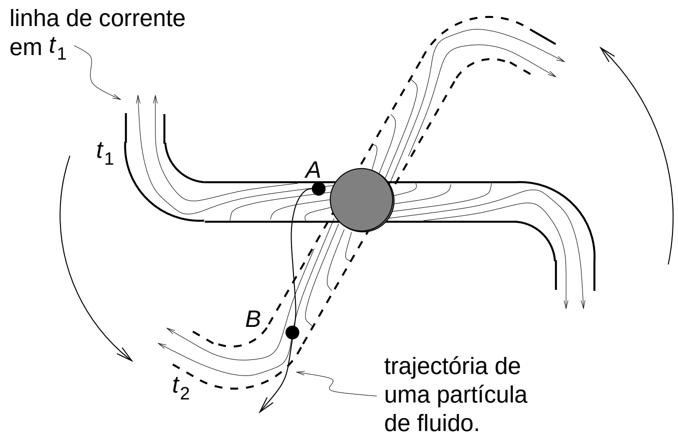


Figura 5.6: As linhas de corrente em t_1 e t_2 não são as mesmas porque o torniquete roda. Uma partícula de fluido tem uma trajectória tangente a uma linha de corrente em t_1 e a **outra** linha de corrente em t_2.

$\mathcal{ETV}_2$: As linhas de corrente de um escoamento nunca se cruzam.

a) Porquê? Qual seria a velocidade do fluido no ponto de cruzamento?

b) Duas linhas de corrente relativas a instantes de tempo diferentes podem cruzar-se?

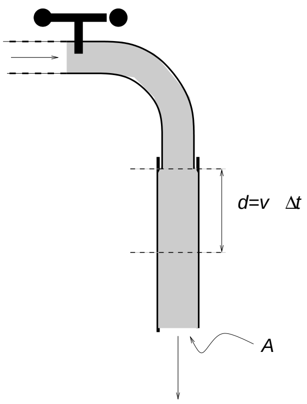


Figura 5.7: Num intervalo de tempo Δt, a torneira injecta na mangueira um cilindro de água de altura $v\Delta t$.

5.2 Teorema de Bernoulli

5.2.1 Caudal e velocidade

Quando queremos que a água saia com mais velocidade[2] de uma mangueira, tapamos parte da saída. Porquê?

Suponhamos que a velocidade da água à saída da torneira (com mangueira) é $v = 2\,\mathtt{m}\,\mathtt{s}^{-1}$ e que o diâmetro da torneira é $d = 2\,\mathtt{cm}$. Que volume de água sai da torneira por segundo?

Num segundo a torneira injecta na mangueira um cilindro de água de altura $2\,\mathtt{m}$ e diâmetro de base $2\,\mathtt{cm}$. Ou seja, o volume de água

[2] Mais velocidade e não mais "força" como habitualmente dizemos!

por segundo, **o caudal**, é

$$Q = v \times A = v\pi\frac{d^2}{4} = 6{,}3 \times 10^{-4}\,\mathtt{m}^3\,\mathtt{s}^{-1},$$

em que A é área da secção da torneira. Como a mangueira está cheia de água e a água é praticamente incompressível, tem que sair exactamente o mesmo caudal pela outra extremidade. Assim, se for A' a área da abertura de saída da mangueira,

$$Q = v' \times A' = v \times A = 6{,}3 \times 10^{-4}\,\mathtt{m}^3\,\mathtt{s}^{-1}.$$

Se A' for menor que A, a velocidade v' será maior:

$$v' = v \times \frac{A}{A'}.$$

Se reduzirmos a área a metade, a velocidade de saída dobra e assim sucessivamente. É também por esta razão que os rios fluem calmamente em regiões onde o leito é largo e espaçoso, e muito mais rapidamente nos estreitamentos.

$\mathcal{ETV}_3$: Uma torneira de diâmetro $2\,\mathtt{cm}$ enche um balde de 10 litros em $45\,\mathtt{s}$. Com que velocidade é que a água emerge da torneira?

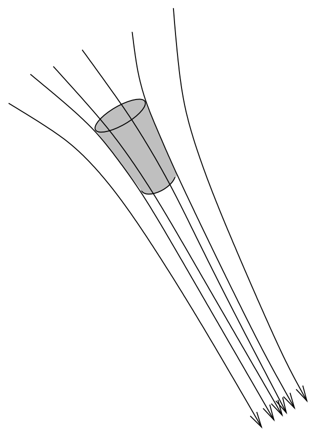


Figura 5.8: O fluido marcado a sombreado mantém-se dentro do mesmo tubo de linhas de corrente.

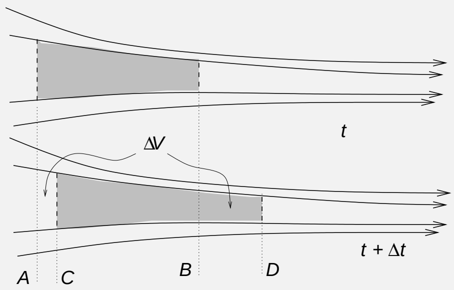
▷ Actividade 5.1

5.2.2 Velocidade e linhas de corrente

Se pensarmos em termos de linhas de corrente, não é difícil concluir que, para fluidos incompressíveis, a velocidade aumenta quando as linhas de corrente se aproximam e diminui quando se afastam.

A porção de fluido marcada a sombreado na figura 5.8 ocupa uma região cuja parede lateral é definida por linhas de corrente. Este volume de fluido mantém-se sempre dentro do mesmo tubo de linhas de corrente, pois a velocidade do fluido é paralela às paredes do tubo: não há fluido a atravessá-la. Ao deslocar-se em direcção à região onde as linhas de corrente se apertam, o tubo estreita-se, o comprimento da porção sombreada de fluido tem que aumentar para o seu volume se mantenha. Para que isso seja possível, a secção anterior do fluido sombreado deve ter uma velocidade superior à da secção posterior: a velocidade do fluido aumenta quando as linhas de corrente se apertam (fig. 5.10).

■ Teorema de Bernoulli e conservação de energia ■



O teorema de Bernoulli é uma consequência da conservação de energia mecânica em fluidos sem viscosidade. Concentremo-nos na porção de fluido compreendida dentro de um tubo de linhas de corrente e limitado por duas superfícies, A e B. Um pouco mais tarde, em $t + \Delta t$, este mesmo fluido ocupa a região entre C e D. Como o fluido é incompressível o volume entre A e C e B e D é o mesmo, ΔV. O fluido que está atrás de A exerce uma pressão P_A e realiza um trabalho sobre o fluido sombreado $W_A = P_A \times S_A \times d_A = P_A \times \Delta V$. Mas o fluido sombreado, por sua vez, realiza trabalho sobre o fluido que está à frente de B, que podemos calcular do mesmo modo. Assim a variação de energia do fluido sombreado é

$$W_A - W_B = (P_A - P_B) \times \Delta V.$$

Este trabalho aparece como uma variação de energia cinética, que resulta do facto de o fluido entre B e D ter uma velocidade v_B diferente da do fluido entre A e C, v_A:

$$(P_A - P_B) \times \Delta V = \frac{1}{2} m_B v_B^2 - \frac{1}{2} m_A v_A^2.$$

Como $m_A = m_B = \rho \Delta V$, em que ρ é a massa volúmica,

$$P_A + \frac{\rho v_A^2}{2} = P_B + \frac{\rho v_B^2}{2}.$$

Isto é o mesmo que dizer que $P + \rho v^2/2 = \text{constante}$. Se houver uma variação de altura entre A e B, temos que incluir o termo de energia potencial gravítica e obtém-se

$$P + \rho v^2/2 + \rho g h = \text{constante}.$$

.

Caixa 5.1: O teorema de Bernoulli.

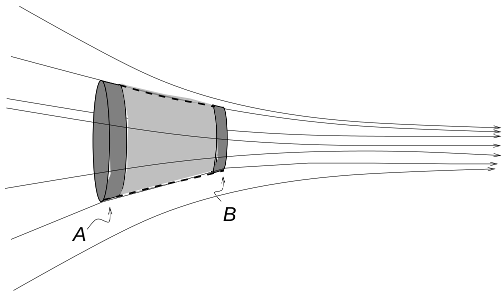


Figura 5.10: O fluido em B tem uma velocidade maior do que em A. Uma partícula de fluido acelera ao passar de A para B. A pressão é maior onde as linhas de corrente estão mais afastadas.

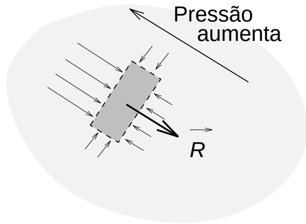


Figura 5.9: Se a pressão aumentar no sentido da seta, a resultante das forças de pressão no elemento sombreado, $\vec{R}$, não é nula e tem sentido oposto ao do aumento de pressão.

Isto significa que uma partícula de fluido aumenta de velocidade à medida que se desloca neste escoamento. Segundo Newton, aceleração significa força: que força acelera o fluido?

No capítulo anterior já tínhamos concluído que se a pressão variar num fluido, as forças de pressão sobre uma partícula de fluido têm resultante não nula, no sentido em que a pressão diminui. Neste caso, a resultante das forças de pressão sobre o fluido a sombreado tem que ser dirigida para a região de estreitamento das linhas de força. Ou seja, a pressão tem que ser maior na região onde as linhas de força estão mais espaçadas e menor onde elas se estreitam.

Em conclusão:

> onde a velocidade de um escoamento é maior a pressão é menor e vice-versa.

Este resultado, que é uma consequência da aplicação das leis de Newton aos fluidos, foi descoberto por Daniel Bernoulli, um físico e matemático do século XVIII. Além das forças de pressão, Bernoulli considerou também o peso do líquido e mostrou que a aplicação do princípio de conservação de energia mecânica ao movimento do fluido (ver Caixa 5.1 da página 12) permitia concluir a seguinte relação entre pressão, P, velocidade, v, e altura, h, de qualquer ponto do fluido (ρ é a massa volúmica):

$$P + \frac{\rho v^2}{2} + \rho g h = \text{constante} \tag{5.1}$$

▷ **Teorema de Bernoulli**

Para altura constante obtemos $P + \rho v^2/2 = \text{constante}$, o que implica naturalmente que se v aumenta, P diminui e vice-versa: é o caso que temos vindo a discutir. Para fluidos em repouso, por

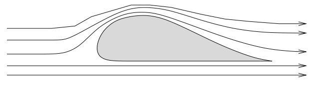


Figura 5.11: A velocidade do ar é maior por cima da asa, onde as linhas de corrente se aproximam, que por baixo. Logo a pressão é maior em baixo e a resultante das forças de pressão empurra a asa para cima.

outro lado, este resultado não é mais que o princípio fundamental da hidrostática,

$$P + \rho g h = \text{constante}:$$

a pressão aumenta se a altura diminui (profundidade aumenta).

A relação entre pressão e velocidade expressa pelo teorema de Bernoulli, apesar de um pouco inesperada, explica muitos resultados de escoamentos de fluidos.

Um dos mais importantes é o da sustentação dos aviões. O perfil longitudinal de uma asa tem uma forma que favorece um escoamento do ar mais rápido por cima da asa que por baixo. O resultado é uma pressão maior por baixo da asa e uma resultante das forças de pressão dirigida para cima.

▷ Actividade 5.2

Na recente tragédia de Nova Orléans, o telhado do estádio *Superdome* foi arrancado porque a pressão no interior (ar em repouso) era maior que no exterior, onde sopravam ventos com velocidades da ordem dos $200\,\mathtt{km\,h}^{-1}$.

> $\mathcal{ETV}_4$: Assumindo a validade do teorema de Bernoulli, calcular a diferença de pressão entre o interior e o exterior do *Superdome*. Calcular a força que uma tal diferença de pressão origina sobre uma área de um hectare ($10\,000\,\mathtt{m}^2$, aproximadamente a área de um campo de futebol.

5.3 Viscosidade

5.3.1 Dissipação em líquidos

Após retirar a colher, depois mexer uma chávena de chá ou café, o líquido demora apenas alguns segundos a parar: é óbvio que não há conservação de energia mecânica no movimento de fluidos reais, pois se houvesse, um líquido, depois de agitado, não pararia.

Em líquidos reais existem forças semelhantes às forças de atrito que dissipam a energia, isto é, transferem energia do movimento macroscópico, para movimentos desordenados das moléculas ou átomos, que se manifestam por um aumento de temperatura.

No décimo ano verificámos isso mesmo: agitando água com uma varinha mágica observámos um aumento de temperatura (rever a Actividade A9). O trabalho realizado pelas pás da varinha, a partir de carta altura, não aumenta a energia de movimento macroscópico da água: as forças de viscosidade da água transferem a energia fornecida pela varinha para energia interna, e a temperatura da água sobe.

Contudo, existem situações em que, para tempos não muito longos, podemos ignorar essa dissipação e considerar que a energia se conserva. Só nesses casos o teorema de Bernoulli é uma boa aproximação ao comportamento de fluidos reais.

Intuitivamente associamos uma maior viscosidade a uma maior dificuldade de escoamento. Por exemplo, ao vertermos um líquido entre dois recipientes o líquido mais viscoso fá-lo-á mais lentamente. Ao analisar estas situações verifica-se que as forças de viscosidade, têm algumas características comuns com as forças de atrito (ver figura 5.12):

- são forças paralelas às superfícies sobre as quais se exercem;
- duas camadas de fluido em movimento a velocidades diferentes exercem forças de viscosidade uma sobre a outra, as quais se opõem ao deslocamento relativo entre as camadas.

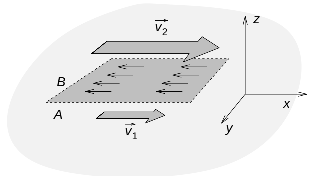


Figura 5.12: A camada A exerce forças de viscosidade sobre a camada B, através do plano que as separa, que tendem a anular a diferença de velocidade entre as duas camadas de fluido.

Por exemplo, no escoamento da figura 5.12, a velocidade do fluido na direcção x aumenta com a coordenada z: o fluido acima do plano sombreado (região B) move-se com maior velocidade que o fluido da região A. O fluido A exerce, então, sobre o fluido B forças de viscosidade, que tendem a retardá-lo; as forças de B sobre A têm sentido oposto (princípio de acção e reacção) e tendem a acelerar A.

Para o mesmo escoamento, em líquidos diferentes, estas forças são tanto mais intensas quanto mais viscoso for o líquido.

5.3.2 Forças de resistência ao movimento num fluido

Regime de Stokes

Quando um sólido de move num fluido, este tem que se movimentar, porque o espaço ocupado pelo sólido vai variando. Se o movimento de fluido é dissipativo, a energia mecânica não se conserva, diminui: se não fornecermos energia exteriormente, o sólido acaba por parar.

Isto significa que um fluido viscoso oferece resistência ao movimento de sólidos no seu interior: exerce forças com sentido oposto ao da velocidade do sólido, de modo a diminuir o módulo da sua velocidade.

Para velocidades muito baixas, verifica-se que essa força é proporcional à velocidade do corpo,

$$\vec{F} = -\gamma_S \vec{v}. \tag{5.2}$$

Esta lei chama-se lei de Stokes.

Como o sentido da força é oposto ao da velocidade, é também oposto ao do deslocamento num pequeno intervalo de tempo e o trabalho realizado sobre o corpo é negativo:

$$w = \vec{F} \cdot \vec{\Delta r} \approx \vec{F} \cdot \vec{v} \Delta t = -\gamma_S v^2 \Delta t.$$

A energia mecânica do corpo diminui:

$$\Delta E = -\gamma_S v^2 \Delta t,$$

ou, dividindo por Δt e tomando o limite $\Delta t \to 0$,

$$\frac{dE}{dt} = -\gamma_s v^2.$$

A energia dissipada por unidade de tempo (potência) é tanto maior quanto maior for a velocidade do sólido.

Para uma esfera, é conhecida a expressão do coeficiente γ_S:

$$\gamma_S = 6\pi R \eta$$

em que R é o raio da esfera e η a viscosidade dinâmica do fluido. Podemos tomar esta expressão como a definição de η: quanto mais viscoso o líquido, maior a força de Stokes e maior será η. Na tabela 5.1 indicamos as viscosidades de alguns líquidos.

$\mathcal{ETV}_5$: Quais são a unidades `SI` de η?

Líquido	$\eta/10^{-3}\,\mathtt{Pa\,s}$ $(T = 293\,K)$
Água	1.00
Azeite	84
Glicerina	1495
Óleo de Motor SAE 10	$50 \sim 100$
Ar (300 K)	0,018

Tabela 5.1: Tabela de viscosidades de alguns líquidos.

Regime de Newton

A lei de Stokes só é válida para velocidades relativas do sólido e líquido muito baixas[3]. O fenómeno do escoamento de um fluido viscoso à volta de um sólido é extremamente complexo e não é conhecida nenhuma lei da força de resistência do fluido aplicável para qualquer valor de velocidade relativa.

Contudo, para gamas de velocidades mais altas que as da lei de Stokes, a seguinte expressão dá uma descrição razoável da força (regime de Newton):

$$\vec{F} = -\gamma_N v^2 \vec{e}_{\|} \tag{5.3}$$

em que $\vec{e}_{\|}$ é o versor na direcção da velocidade. O coeficiente γ_N tem a seguinte expressão,

$$\gamma_N = \frac{1}{2} C_D \rho A,$$

em que:

- ρ é a massa volúmica do fluido;
- A é a área da secção do sólido perpendicular à direcção de movimento (para uma esfera, $A = \pi R^2$);
- C_D é um número que depende da forma do sólido. Para uma esfera vale 0,5 e varia tipicamente entre 0,02 (uma asa), até 2 (uma placa plana colocada perpendicularmente à direcção de propagação).

[3] Mesmo para velocidades baixas, a expressão de γ_S é modificada se houver outros sólidos próximos da esfera em consideração. Por exemplo, a proximidades das paredes de um recipiente onde se move a esfera aumenta a força de resistência de Stokes.

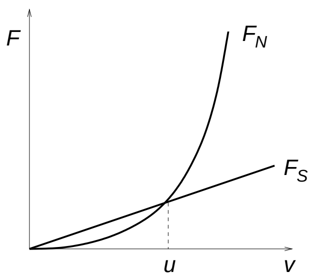


Figura 5.13: A expressão da força de resistência de Newton dá um valor superior à de Stokes para velocidades altas e menor para velocidades baixas.

Mas, afinal, o que é neste contexto uma velocidade baixa? Para que valores de velocidade são válidas estas duas expressões da força de resistência do fluido ao movimento de um sólido?

Se representarmos as expressões $\gamma_S v$ e $\gamma_N v^2$ em função de v (uma recta e uma parábola, respectivamente, fig. 5.13, verificamos que os seus valores são idênticos para uma velocidade u definida pela condição:

$$\gamma_S u = \gamma_N u^2 \Rightarrow u = \frac{\gamma_S}{\gamma_N}.$$

Para $v < u$, a expressão de Stokes dá um valor superior à de Newton, $\gamma_S v > \gamma_N v^2$; se $v > u$, verifica-se o contrário $\gamma_S v < \gamma_N v^2$. A lei de Stokes é aplicável para $v \ll u$; a lei de Newton vale no regime oposto, $v \gg u$.

Usando as expressões de γ_S e γ_N para o caso de uma esfera ($A = \pi R^2$, $C_D \approx 0{,}5$), obtemos:

$$u \approx \frac{6\pi R\eta}{C_D\rho A/2} \approx 24\frac{\eta}{\rho R}.$$

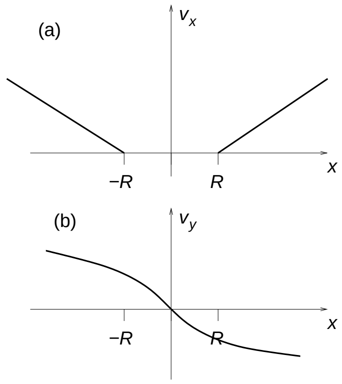
5.3.3 Forças de resistência e lei da inércia

As forças de resistência de fluidos ao movimento de sólidos têm uma consequência curiosa. Se for aplicada uma força externa a um corpo em repouso no seio de um fluido, o corpo acelera de acordo com a segunda lei de Newton: a sua velocidade aumenta. Mas a força de resistência do fluido aumenta também, pois depende da velocidade, até que acaba por atingir o valor a força externa: a partir dessa altura o corpo passa a ter movimento uniforme ($\vec{v}$ constante). Se retirarmos a força externa a força de resistência do fluido faz diminuir a velocidade até zero. Ou seja, **se ignorarmos a força de resistência do fluido**, concluímos que para ter movimento uniforme temos que ter uma força externa e que sem força externa a velocidade decai para zero. Era isto, precisamente, que acreditava Aristóteles! Pudera, vivemos dentro de um fluido, o ar!

Foram precisos os génios de Galileu e de Newton para perceber que, para descobrir a verdade, era necessário imaginarmos os corpos subtraídos à influência da atmosfera, de qualquer outro meio e de qualquer outro corpo!

5.4 Respostas aos $\mathcal{ETV}s$

5.1. $\mathcal{ETV}_1$: $v_y = 0$ no eixo Ox.



5.2. $\mathcal{ETV}_2$: Duas linhas que se cruzam têm tangentes com direcções diferentes, no ponto de cruzamento. Ora a velocidade de um fluido num dado ponto só pode ser uma, não pode tomar dois valores distintos. Se as linhas de corrente disserem respeito a instantes diferentes, as suas tangentes no ponto de cruzamento dão as direcções das velocidades do fluido **em instantes diferentes**. Logo, podem perfeitamente cruzar-se.

5.3. $\mathcal{ETV}_3$: O caudal é

$$Q = \frac{10 \times 10^{-3}}{45} = 2{,}22 \times 10^{-4}\,\mathtt{m}^3\,\mathtt{s}^{-1}.$$

Como $Q = vA$, temos

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{2{,}22 \times 10^{-4}}{3{,}14 \times 10^{-4}} = 0{,}71\,\mathtt{m}\,\mathtt{s}^{-1}.$$

5.4. $\mathcal{ETV}_4$: Sendo a velocidade interior $v_i = 0\,\mathtt{m}\,\mathtt{s}^{-1}$ e a exterior $v_e = 200/3{,}6 = 56\,\mathtt{m}\,\mathtt{s}^{-1}$, a diferença de pressões é

$$P_i - P_e = \frac{1}{2}\rho v_e^2.$$

A massa volúmica do ar é $\rho = 1{,}3\,\mathtt{kg}\,\mathtt{m}^{-3}$ o que dá,

$$P_i - P_e = 2{,}01 \times 10^3\,\mathtt{Pa}.$$

Numa área de $10^4\,\mathtt{m}^2$ a força total seria,

$$F = (P_i - P_e) \times 10^4 = 2{,}01 \times 10^7\,\mathtt{N},$$

ou seja, mais de 20 milhões de Newton, o que corresponde ao peso de quase 2000 toneladas.

5.5. $\mathcal{ETV}_5$: γ_S tem unidades $\mathtt{N}/(\mathtt{m}\,\mathtt{s}^{-1}) = \mathtt{N}\,\mathtt{m}^{-1}\,\mathtt{s}$. Logo a viscosidade $\eta = \gamma_S/(6\pi R)$ tem unidades $\mathtt{N}\,\mathtt{m}^{-2}\,\mathtt{s} = \mathtt{Pa}\,\mathtt{s}$.

5.5 Actividades questões e problemas

5.5.1 Actividades

5.1. **Visualização e comentário de duas animações de movimentos de fluidos.**

Ver ficha de Actividade A39.

5.2. **Ilustrações experimentais do teorema de Bernoulli**

Ver ficha de Actividade A40.

5.3. **Medição da viscosidade de um líquido**.

Ver ficha de Actividade A41.

5.5.2 Questões

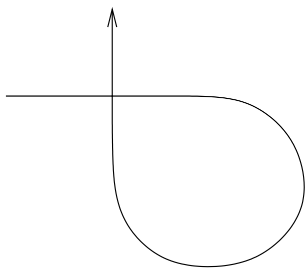


Figura 5.14: Uma linha de corrente?

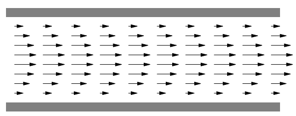


Figura 5.15: Um escoamento num canal.

5.1. A figura 5.14 pode representar uma linha de corrente de um escoamento? E a trajectória de uma partícula de fluido?

5.2. A figura 5.15 mostra o campo de velocidade de um escoamento num canal. Mesmo na margem a velocidade é zero. Suponhamos que colocamos na água um linha de bóias dispostas perpendicularmente à margem.

(a) Como se altera a posição das bóias com o tempo? Continuam a definir uma linha recta perpendicular à margem?

5.3. Se observarmos o escoamento de água de uma torneira, notamos que o fio de água é mais estreito em baixo do que à saída da torneira.

(a) Porquê?

(b) E se a água for expelida para cima, por exemplo com uma mangueira, o diâmetro do jacto aumenta ou diminui com a altura? Porquê?

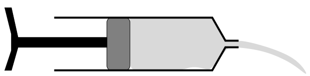
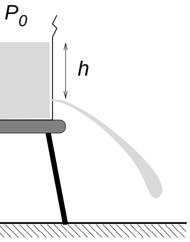


Figura 5.16: Qual é a velocidade de saída do líquido?

5.4. A área do bico da seringa da figura 5.16 é dez vezes inferior à área da secção mais larga de seringa.

(a) Se deslocarmos o êmbolo a uma velocidade de $1\,\mathtt{cm\,s}^{-1}$, com que velocidade sai o fluido no bico?



17: Qual é a
e de saída de
rifício?

5.5. A pressão na superfície de um líquido exposto ao ar é a pressão atmosférica. Isso significa que a pressão de água no furo do balde da figura 5.17 é a mesma que à superfície do líquido.

(a) Será que isto contradiz o princípio fundamental da hidrostática?

(b) Qual é a velocidade do líquido à saída do orifício? (Se a área do balde foi muito superior à área do orifício, a velocidade à superfície pode ser considerada próxima de zero).

5.6. Quando um para-quedista abre o para-quedas, a sua velocidade de queda diminui. Supondo que a força de resistência do ar é dada pela expressão de Newton, que factor foi alterado para diminuir a velocidade?

5.5.3 Problemas

5.1. O orifício do balde da figura 5.17 tem um diâmetro de $5\,\mathtt{mm}$ e está a uma profundidade $h = 40\,\mathtt{cm}$.

(a) Qual é o caudal de água que sai do orifício?

(b) Se o diâmetro do balde for de $45\,\mathtt{cm}$, quanto tempo passaria até esvaziar o balde até à altura do orifício, se este caudal se mantivesse?

(c) O balde demora mais, menos, ou o mesmo tempo a esvaziar até ao orifício do que o foi calculado na alínea anterior?

5.2. O diâmetro do bico da seringa da figura 5.16 é $1{,}5\,\mathtt{mm}$ e a sua área dez vezes inferior à da secção mais larga da seringa.

(a) Se pudermos aplicar o teorema de Bernoulli, que força é necessário aplicar ao êmbolo para o deslocar a uma velocidade de $1\,\mathtt{cm}\,\mathtt{s}^{-1}$?

5.3. O compressor representado na figura 5.18 mantém à superfície do líquido (água) uma pressão, P, superior à pressão atmosférica, P_0. A altura $h = 2\,\mathtt{m}$ e supomos que são nulos os efeitos de viscosidade da água.

(a) Que valor de $P - P_0$ é necessário para que a água chegue ao topo do tubo?

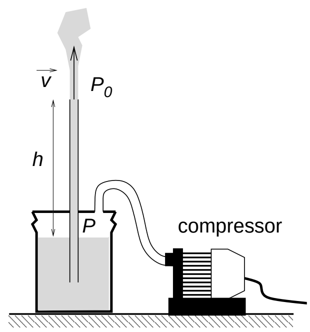


Figura 5.18: Que pressão é necessária para ter um repuxo?

(b) Para $P - P_0 = P_0$ a que velocidade sai a água na base do repuxo?

5.4. A lei de Stokes para o movimento de uma esfera num fluido,

$$\vec{F} = -6\pi R\eta\vec{v}$$

só é valida se a velocidade for suficientemente baixa para que

$$v \ll \frac{\eta}{\rho R}. \tag{5.4}$$

(a) Calcular a velocidade terminal de uma gota de chuva de diâmetro $1\,\mathtt{mm}$, assumindo a lei de Stokes.

(b) Verificar se a condição de validade da lei de Stokes é satisfeita.

(c) Calcular a velocidade terminal da gota no regime de Newton (força proporcional a v^2)

5.5. Uma esfera de aço com $R = 1\,\mathtt{mm}$ cai com velocidade uniforme, $v = 10\,\mathtt{cm\,s}^{-1}$, num óleo de massa volúmica $\rho = 0{,}9 \times 10^3\,\mathtt{kg\,m}^{-3}$.

(a) Calcular a potência dissipada pelas forças de viscosidade do líquido.

5.6. Uma para-quedista não pode atingir o solo com uma velocidade superior a $5\,\mathtt{m\,s}^{-1}$. Assumindo a validade do regime de Newton para a força de resistência do ar, calcular a área que o pára-quedas deve ter para uma para-quedista com $m = 70\,\mathtt{kg}$. Assumir $C_D = 2$.

5.7. Um estudante, ao realizar a actividade 5.3, obteve os seguintes valores para os tempos de queda de uma esfera de aço, com $R = 1\,\mathtt{mm}$, em função da distância:

$h/\mathtt{cm}$	$t/\mathtt{s}$
5	4,4
10	8,7
20	17,5
30	26,1
40	34,7

(a) Para calcular a velocidade terminal, o estudante fez um gráfico e calculou um declive: que gráfico fez e qual foi o valor da velocidade terminal que obteve?

(b) Ao calcular a viscosidade da glicerina esqueceu-se de levar em conta a impulsão. Que valor obteve para η?

(c) Que valor se obtém para η, correctamente, a partir destes dados?

(d) O movimento está dentro das condições de validade do regime de Stokes?

($\rho_{\texttt{aço}} = 7{,}9 \times 10^3\,\texttt{kg}\,\texttt{m}^{-3}$; $\rho_{\texttt{glic}} = 1{,}3 \times 10^3\,\texttt{kg}\,\texttt{m}^{-3}$)

Conteúdo