

# O Efeito Doppler

Michael Fowler, 3 de Junho de 2008

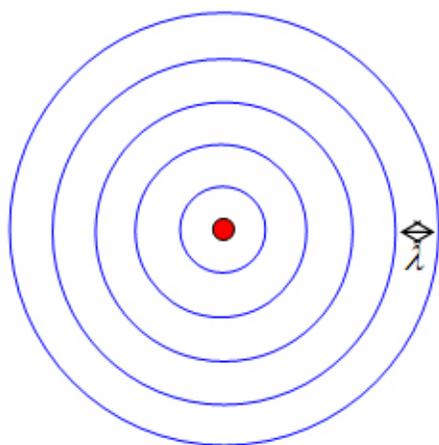
## Introdução

(Flashlet [aqui](#))

O efeito Doppler é a mudança perceptível na frequência do som emitido por uma fonte que se move relativamente ao observador: à medida que um avião voa sobre o observador, o tom do som do motor torna-se mais baixo, tal como o som de uma sirene quando um veículo de emergência a mover-se rapidamente ao passar por nós. O efeito foi notado em primeiro lugar por Christian Doppler em 1842. O efeito é amplamente utilizado para medir velocidades, frequentemente por reflexão de uma onda transmitida do objecto em movimento, ultra-sons para sangue em artérias, radar para carros em excesso de velocidade e trovões. As velocidades de galáxias distantes são medidas usando o efeito Doppler (o desvio para o vermelho).

## Ondas Sonoras a partir de uma Fonte em Repouso

Para ajustar a notação, uma fonte em repouso emitindo uma nota estável gera cristas de onda circulares:



Os círculos concêntricos representam cristas de onda geradas por uma fonte central a uma frequência de  $f_0$  ondas por segundo. A sua separação é o comprimento de onda  $\lambda$ , onde  $f_0 = v/\lambda$ ,  $v$  sendo a velocidade das ondas.

Um observador estacionário irá (obviamente) observá-las a atingi-lo com frequência  $f_0$ .

Os círculos estão separados por um comprimento de onda  $\lambda$  e viajam para fora à velocidade do som  $v$ . Se a fonte tiver frequência  $f_0$ , o intervalo de tempo  $\tau_0$  entre cristas a deixarem a fonte é dado por

$$\tau_0 = \frac{1}{f_0}.$$

À medida que uma nova crista de onda é emitida, a crista anterior viajou uma distância  $\lambda$ , por isso, dado que se está a mover à velocidade  $v$ ,

$$v\tau_0 = \lambda,$$

e dessa forma

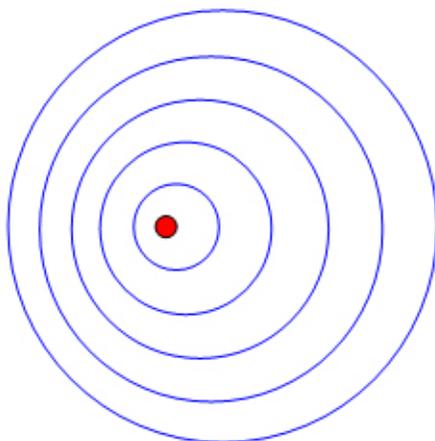
$$\lambda f_0 = v.$$

## Ondas Sonoras de uma fonte em movimento

O efeito Doppler aparece assim que uma fonte em *movimento* emite uma onda circular (e garantindo que a fonte se está a mover com uma velocidade inferior à da onda), e a crista dessa onda continua a sua expansão

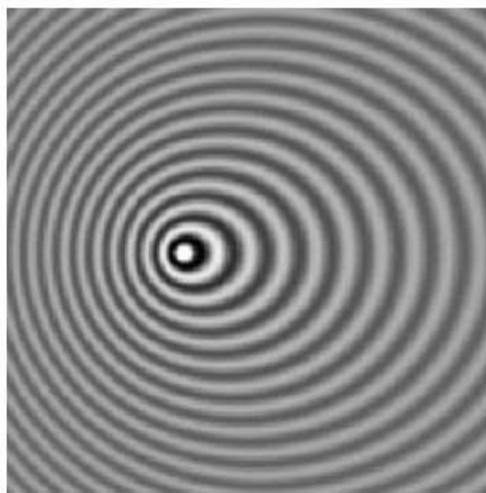
para fora *centrada onde a fonte estava quando foi emitida*, independentemente de qualquer movimento subsequente da fonte.

Assim sendo, se a fonte se estiver a mover a uma velocidade estável, *os centros dos círculos de onda emitidos irão estar igualmente espaçados ao longo do caminho*, indicando a sua história recente. Em particular, se a fonte se estiver a mover-se de forma estável para a esquerda, as cristas de onda irão formar um padrão:



Ondas emitidas por uma fonte num movimento estável para a esquerda à velocidade  $u_s$ .

Ou, sendo mais realista (retirado de Wikimedia Commons):



É evidente que, como resultado do movimento da fonte, as ondas a viajar para a esquerda têm um comprimento de onda mais curto do que teriam se a fonte estivesse em repouso. E é fácil perceber porquê.

Denotando a velocidade constante da fonte por  $u_s$ , no tempo  $\tau_0 = 1/f_0$  entre cristas a serem emitidas a fonte ter-se-à movido para a esquerda uma distância  $u_s\tau_0$ . Ao mesmo tempo, a crista emitida anteriormente ter-se-à movido para a esquerda uma distância  $\lambda$ . Dessa forma, a distância entre cristas emitidas para esquerda irá ser realmente

$$\lambda' = \lambda - u_s \tau_0.$$

Estas ondas, tendo deixado a fonte, estão obviamente a mover-se à velocidade do som  $v$  relativamente ao ar – o movimento da fonte não afecta a velocidade do som no ar. Assim sendo, à medida que essas ondas de comprimento  $\lambda'$  chegam a um observador colocado à esquerda da fonte de tal forma que esta se esteja a mover directamente na sua direcção, ele irá ouvir uma frequência  $f' = v/\lambda'$ .

### Frequência detectada por observação estacionária da fonte em movimento

Do argumento anteriormente apresentado, a frequência observada para uma fonte a mover-se *na direcção do observador* a velocidade  $u_s$  é:

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{\lambda - u_s \tau_0} = \frac{v}{\lambda} \left( \frac{1}{1 - u_s \tau_0 / \lambda} \right) = f_0 \left( \frac{1}{1 - u_s / v} \right).$$

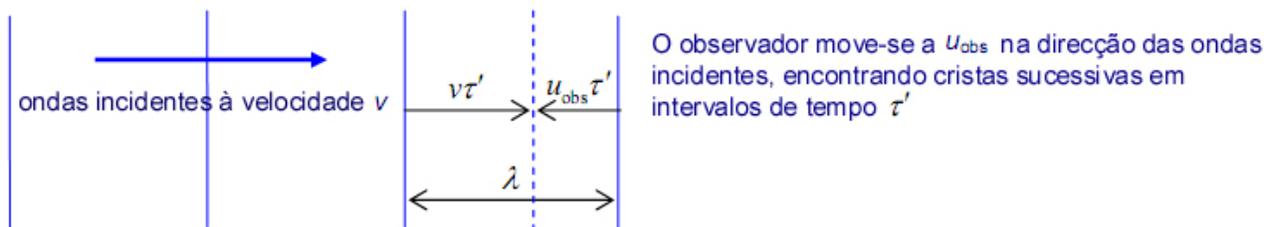
(notem que para o caso comum  $(u_s/v) \ll 1$ , por isso podemos aproximar  $f' \simeq f_0(1 + u_s/v)$ .)

Por um argumento exactamente paralelo, para uma fonte a mover-se *para longe* de um observador à velocidade  $u_s$ , a frequência irá ser inferior pelo factor correspondente:

$$f' = f_0 \left( \frac{1}{1 + u_s / v} \right).$$

### Fonte estacionária, observador em movimento

Consideremos agora um observador a mover-se a uma velocidade  $u_{obs}$  directamente na direcção de uma fonte com uma frequência estacionária  $f_0$ . Dessa forma, o observador está a encontrar as cristas de onda que partiram da fonte à medida que se aproxima desta. Relembremos que as cristas de onda estão espaçadas de  $\lambda$  no ar, e a mover-se a  $v$ . Suponhamos que o tempo entre duas cristas sucessivas a atingirem o observador é  $\tau'$ . Durante este tempo, ele move-se  $u_{obs}\tau'$ , e a crista da onda move-se  $v\tau'$  na direcção do observador, e entre eles cobrem uma distância  $\lambda$  entre cristas.



É evidente a partir do diagrama que o intervalo de tempo que o observador irá medir entre duas cristas a atingi-lo sucessivamente é

$$\tau' = \frac{\lambda}{u_{obs} + v}$$

e dessa forma a frequência do som que ele mede é

$$f' = \frac{1}{\tau'} = \frac{u_{obs} + v}{\lambda} = \frac{v}{\lambda} \left( 1 + \frac{u_{obs}}{v} \right) = f_0 \left( 1 + \frac{u_{obs}}{v} \right)$$

## Fonte e observador ambos a moverem-se na direcção um do outro

Para este caso, os argumentos acima descritos podem ser combinados para dar:

$$f' = f_0 \left( \frac{1 + u_{obs}/v}{1 - u_s/v} \right)$$

Ambos os movimentos aumentam a frequência observada. Se tanto o observador e a fonte se estiverem a mover na direcção oposta, a frequência observada é determinada mudando o sinal do  $u$  correspondente.

## Efeito Doppler para a luz

O argumento anteriormente apresentado para a variação em frequência causada por efeito Doppler é precisa para ondas sonoras e ondas em água, mas falha para a luz e outras ondas electromagnéticas, dado que a sua velocidade não é relativa a um dado meio, mas ao observador. Para deduzir o desvio Doppler neste caso necessitamos de relatividade restrita. Uma dedução pode ser encontrada nos meus apontamentos de [Física Moderna](#).\*

O desvio Doppler para a luz depende da velocidade relativa  $u$  da fonte e do observador:

$$f' = f_0 \sqrt{\frac{1 + u/c}{1 - u/c}}$$

para movimentos na direcção um do outro.

## Outros movimentos possíveis da fonte e do observador

Temos assumido anteriormente que os movimentos da fonte e do observador são sempre ao longo da mesma linha recta. Mas quando ouvimos a mudança de frequência de um motor a jacto a passar sobre as nossas cabeças, o tom muda suavemente, porque estamos fora do trajecto em linha recta do avião. O tom realmente ouvido como função do tempo pode ser encontrado a partir de simples considerações geométricas, sendo então  $f' = f_0/(1 - u_s \cos \theta/v)$ , onde  $\theta$  é o ângulo entre o trajecto em linha recta e a linha da fonte ao observador. Este factor é incorporado nos radares de velocidade da polícia. Um ponto interessante: se  $\theta = \pi/2$ ,  $f' = f_0$ . Isto parece bastante razoável, mas não no caso da luz, onde dilatação temporal observável na fonte dá uma variação na frequência. Isto foi descoberto inequivocamente numa bela série de experiências nos anos 30 (por Ives e Stillwell), numa tentativa de demonstrar a não validade da relatividade restrita.



Tradução/Adaptação Casa das Ciências 2009

---

\* Também existe uma versão traduzida deste documento, presente no mesmo arquivo deste documento (*N. do T.*)