Projecto Faraday

Textos de Apoio

Trabalho e energia

$10^{\underline{o}}$ Ano de Escolaridade

Projecto Faraday

casa das ciências

Porto, Outubro de 2009

Ficha Técnica

Projecto Faraday

Projecto de intervenção no ensino da Física no secundário.

Financiamento

Fundação Calouste Gulbenkian.

Execução

Departamento de Física, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.

Escolas Participantes

- ES Filipa de Vilhena
- ES Fontes Pereira de Melo
- ES Garcia de Orta
- ES da Maia
- ES de Santa Maria da Feira

Coordenação

- J. M. B. Lopes dos Santos
- Manuel Joaquim Marques

Portal

URL: `http://www.fc.up.pt/faraday`

Texto do 10º Ano

Redactor Principal

J. M. B. Lopes dos Santos

Colaboração e revisão

- Elisa Arieiro
- Carlos M. Carvalho
- Manuel Joaquim Marques

Actividades

Autores

- Carlos M. Carvalho
- Elisa Arieiro
- J. M. B. Lopes dos Santos
- Manuel Joaquim Marques
- Nuno Alexandre Vaz
- Nuno Nunes

Colaboração

- Joaquim Agostinho Moreira

Parte I

ENERGIA E MOVIMENTO

Conteúdo

Lista de Figuras

Capítulo 2

Trabalho e energia

2.1 Transferências de energia

Como medir energia? Acreditamos que um litro de gasolina tem uma certa energia. Dois litros terão, seguramente, o dobro. Mas como comparar a energia da gasolina com a de uma pilha? Ou com a da água, que desce uma montanha e faz mover uma turbina? Ou com a do vento, que acciona um moinho?

Em muitas situações em que acreditamos haver transferência de energia conseguimos identificar dois factores, força e movimento:

- A água empurra e faz rodar as pás de uma turbina;
- uma grua exerce um força sobre uma carga e eleva-a a uma dada altura;
- um jogador de andebol estica o braço, exercendo uma força sobre a bola e imprimindo-lhe uma certa velocidade;
- os elásticos de *bungee jumping* travam a queda de um corajoso saltador, primeiro distendendo-se e depois contraindo-se, reenviando-o para novo voo.

Mas há outros tipos de transferência de energia em que não parece haver movimento:

- o aquecimento de água com uma chama, ou com outro corpo mais quente, como uma resistência eléctrica;
- o arrefecimento da sopa quente, quando exposta ao ar;

- o aquecimento do asfalto das ruas, quando exposto ao sol.

Qualquer um de nós é capaz de imaginar muitas outras situações. Neste capítulo vamos discutir situações do primeiro tipo.

2.1.1 Noção de Sistema

Se falamos em *transferência* é porque:

- estamos a considerar pelos menos dois corpos e faz sentido falar da energia de cada um;
- está implícita a ideia de **conservação***;* algo *transfere-se* se passa de um sítio para outro. Se a energia de um corpo aumenta, a energia de outro diminui.

Para discutir transferências de energia, temos, então, que identificar os **sistemas** entre os quais essa transferência ocorre. Os físicos usam frequentemente esta palavra mas raramente se preocupam em precisar o seu significado. Na verdade, é muito mais útil saber analisar casos particulares do que ter uma definição geral de sistema.

Digamos apenas que, ao analisar processos físicos, podemos, em geral, ignorar a maior parte do Universo (graças a Deus). Na parte que nos interessa é possível identificar corpos, regiões, conjuntos de partículas—numa palavra, **sistemas**–-para os quais é possível definir uma energia; as influências mútuas entre esses sistemas, as **interacções**, originam a transferência de energia entre eles.

Figura 2.1: Testando a conservação de energia.

No caso do salto com elásticos, *bungee jumping*, por exemplo, o saltador no campo gravítico da Terra constitui um sistema. Este sistema interage com outro, os elásticos, que o impede de se estatelar. Há transferências de energia entre estes dois sistemas.

Mas não são definições gerais que nos fazem compreender estas noções de sistema e interacção; é a prática. Estes conceitos ficarão mais claros à medida que formos analisando situações concretas.

2.2 Trabalho

▷ Actividades 2.1 e 2.2

Se reflectirmos um pouco nas situações de transferência de energia que envolvem forças e movimentos, chegaremos à seguinte conclusão:

Se uma força actua num corpo no sentido em que este se desloca, a sua energia aumenta; se actua no sentido oposto, a sua energia diminui.

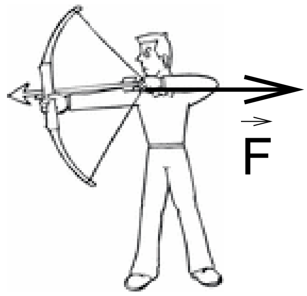

Figura 2.2: Arqueiro retesando um arco.

Consideremos, por exemplo, o tiro ao arco. Ao retesar o arco, o arqueiro puxa a seta. Exerce uma força no mesmo sentido em que desloca a corda do arco: a energia do arco aumenta. Os sistemas são, neste caso, o arco e a flecha, por um lado, e o arqueiro, pelo outro. Essa energia é depois usada para impulsionar a flecha. Nessa situação o arco exerce uma força sobre a flecha no mesmo sentido em que ela se desloca: logo, a energia da flecha aumenta. Agora, os sistemas que estamos a considerar são a flecha, por um lado, e o arco, pelo outro.

Um outro exemplo é o da travagem do Vaivém espacial na aterragem. O cabos do pára-quedas de travagem puxam o Vaivém com uma força que tem o sentido *oposto* ao do respectivo deslocamento: a energia do Vaivém diminui.

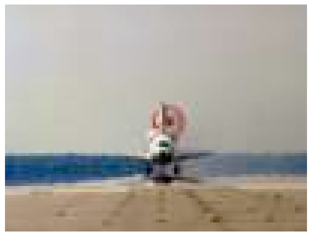

Figura 2.3: Aterragem do Vaivém com pára-quedas de travagem.

Pensando noutros casos semelhantes chegaremos à mesma conclusão; quando a força sobre um corpo actua no sentido do deslocamento, a sua energia aumenta; se o sentido é oposto, a energia diminui. Mas de quanto? Como podemos medir essa quantidade de energia transferida?

A resposta a esta pergunta é dada pela noção de **trabalho de uma força:**

O trabalho de uma força de módulo F, constante, exercida sobre um corpo, num deslocamento de d, na direcção e sentido da força, é $F \times d$ e é igual à energia transferida para o corpo por acção dessa força.

Se designarmos por $\Delta E = E_f - E_i$, a variação de energia do corpo, energia final menos energia inicial[1], temos:

$$\Delta E = w \equiv Fd.$$

[1] Esta notação será usada muitas vezes ao longo do curso. Numa qualquer transformação, com um estado final e um estado inicial, a variação de uma grandeza A, será designada por ΔA e é *sempre* o valor final menos o inicial, $\Delta A = A_f - A_i$.

E se a força tiver o sentido oposto ao do deslocamento?

Como vimos, nesse caso, a energia do corpo diminui: $E_f < E_i$; a variação de energia é negativa, $\Delta E < 0$. Define-se, nesse caso, o trabalho como $w = -Fd$ e continua a ser a variação de energia do corpo.

> O trabalho de uma força de módulo F, constante, exercida sobre um corpo, num deslocamento de d na direcção da força e sentido oposto, é $-F \times d$ e é igual à energia transferida para o corpo por acção dessa força.

Note-se que em Física falamos de energia transferida *para* o corpo, como sendo a variação de energia, ΔE, mesmo quando esta é negativa! Em linguagem comum diríamos que a energia é transferida *do* corpo. Deste modo, podemos usar sempre a mesma linguagem e as mesmas equações, qualquer que seja o sinal das grandezas que nelas ocorrem. Em particular, a equação

$$\Delta E = w$$

vale, quer w seja positivo quer negativo.

Mas será verdade? Como é que sabemos que esta é a maneira correcta de medir a energia transferida por acção de uma força?

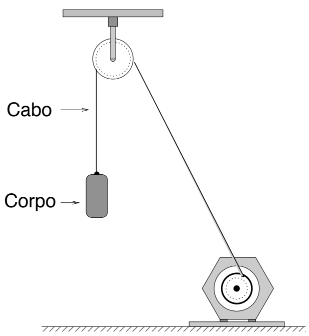

Figura 2.4: Elevar o corpo de peso P requer energia.

2.3 Energia potencial

2.3.1 Energia potencial gravítica

Consideremos um sistema simples de um motor que enrola uma corda e, através de uma roldana, eleva um corpo de peso $P = mg$ (Fig. 2.4). Este processo requer energia; o motor gasta combustível.

Vamos supor uma elevação muito lenta, com velocidade nula no estado final. Deste modo não temos energia associada ao estado de movimento. Mas, tal como a água retida numa barragem pode em queda accionar turbinas, um corpo elevado também pode ser usado para transferir energia para outros corpos. A sua energia

■ Componente de uma força ■

Aparentemente demos duas definições de trabalho, distinguindo os casos de força e deslocamento com o mesmo sentido ou sentidos opostos. Introduzindo o conceito de **componente** de uma força, podemos simplificar a definição.
Um deslocamento rectilíneo assim como uma força, são caracterizados por um módulo (intensidade) e ainda por uma direcção e um sentido: são grandezas vectoriais. O módulo, por definição é expresso por um número positivo.
Na maior parte dos casos que vamos considerar as direcções são as mesmas. O sentido da força pode ser o mesmo, ou oposto, ao do deslocamento. Se uma força de módulo F tem a mesma direcção e sentido do deslocamento, dizemos que a **componente** da força segundo o deslocamento é F; se o sentido é oposto, a **componente** é $-F$. Assim a componente é positiva ou negativa conforme a força tenha o mesmo sentido ou o sentido oposto do deslocamento.
Com este conceito de componente podemos resumir as duas definições que demos de trabalho numa só, sem precisar de distinguir as duas situações:

> *O trabalho de uma força de módulo constante, exercida sobre um corpo, num deslocamento de comprimento d com a mesma direcção da força, é o produto da componente da força segundo o deslocamento por d.*

Com efeito, se os sentidos são idênticos, a componente da força é F, em que F é o módulo da força ($F > 0$). Esta definição dá $w = F \times d$. Se os sentidos são opostos, a componente da força é $-F$ e o trabalho $w = (-F) \times d = -F \times d$. Mais tarde veremos que esta definição continua a ser válida mesmo se a força e o deslocamento não forem colineares.

Caixa 2.1: O conceito de componente de uma força.

aumentou em resultado da sua elevação. A este tipo de energia, associado à posição, chamamos **energia potencial**.

Uma possibilidade, para medir a energia transferida para o corpo, é determinar a quantidade de combustível gasto. Só que, naturalmente, uma medida desse tipo dependeria do tipo de motor e mesmo do tipo de combustível. Ora, não estamos aqui interessados em saber quanta energia gastou o motor; o que nos interessa é medir a que foi transferida para o corpo. Isso envolve um processo simples: a aplicação de uma força e um deslocamento. O que se passa no motor é muito mais complicado.

A força que a corda tem que exercer, para um deslocamento muito lento, é igual em módulo, e oposta em sentido, ao peso, $P = mg$. Podemos, assim, ignorar qualquer variação de energia associada ao estado de movimento do corpo e considerar apenas a energia associada à sua posição, energia potencial, E_p. A nossa definição de trabalho diz:

$$\Delta E_p = Fd = mg\Delta z$$

em que $\Delta z = z_f - z_i$ é a variação da altura do corpo.

Faz sentido, a variação de energia ser proporcional ao peso, mg, e à variação de altura, Δz?

Como o peso do corpo não varia com a altura, o processo de elevar o corpo de $5\,\mathtt{m}$ para $6\,\mathtt{m}$ ou de $10\,\mathtt{m}$ para $11\,\mathtt{m}$ de altura é exactamente o mesmo: o motor recolhe um metro de corda, exercendo a mesma força. Logo transfere a mesma energia. Assim sendo, a variação de energia do corpo deve ser idêntica, por cada metro de elevação do mesmo. Isso significa que a variação de energia é proporcional ao número de metros de elevação, isto é, a Δz.

E a proporcionalidade de ΔE ao peso mg?

Podemos sempre elevar um corpo de peso $2mg$ dividindo-o em duas partes iguais e elevando uma parte de cada vez. Gastaríamos a energia necessária para elevar duas vezes um corpo de peso mg. Parece natural que a variação de energia seja também proporcional ao peso.

Em resumo: a nossa definição de trabalho é razoável. Vale a pena ver onde nos pode levar. Para já, obtivemos uma expressão para a variação de energia potencial gravítica de um corpo de massa m, quando a sua altura varia de Δz:

$$\Delta E_p = mg\Delta z. \tag{2.1}$$

▷ Energia potencial gravítica

Exemplo: se um operário tiver que elevar 60 kg de tijolos para um terceiro andar, a 15 m do solo, terá que dispender (pelo menos) uma energia de:

$$\Delta E = 60 \times 10 \times 15 = 9000\,\mathtt{J}.$$

Escolha do zero de energia

Ainda não obtivemos uma expressão para a energia potencial, mas apenas para a *variação* de energia potencial. O princípio de conservação de energia, de facto, só envolve *variações* de energia. Por essa razão, podemos definir a energia potencial para uma dada posição como quisermos. Por exemplo, podemos dizer que para a altura $z = 0$, a energia potencial é $E_p(0) = 0$. Claro que essa escolha só pode ser feita para uma dada posição, pois as variações de energia potencial são conhecidas. Para qualquer outra posição de altura z, teremos:

$$\Delta E_p \equiv E_p(z) - E_p(0) = mg\Delta z = mg(z - 0) = mgz.$$

Como $E_p(0) = 0$, obtemos

$$E_p(z) = mgz.$$

Se escolhêssemos $E_p(0) = a$, teríamos

$$E_p(z) = mgz + a,$$

mas as variações de energia potencial continuariam a ser dadas pela Eq.2.1. Note-se ainda que a altura é $z = 0$ onde quisermos escolher a origem do eixo zz. Não é nenhuma altura particular: tanto pode ser o nível médio do mar, como o chão da cabine de um avião comercial a voar a 10 km de altitude.

2.3.2 Energia potencial e trabalho de forças internas.

Forças internas

Na discussão anterior, quando elevamos um corpo aplicando uma força contrária ao peso, dissemos que transferimos energia para o corpo. O sistema que fornece energia é o que exerce essa força (nós, ou o motor e o respectivo cabo de suspensão do corpo). O corpo, no campo gravítico, é o sistema a que fornecemos energia.

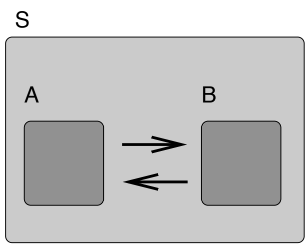

Figura 2.5: interacções mútuas entre A e B não podem alterar a energia total do sistema S.

E o peso do corpo não realizou trabalho? Não temos de o contabilizar?

A interacção entre dois corpos manifesta-se nas forças que exercem um sobre o outro, que permitem a transferência de energia entre eles. Mas uma força interna, exercida por uma parte de um sistema noutra parte do *mesmo* sistema, não pode variar a energia deste sistema. Isso violaria o princípio de conservação de energia. Porquê? Porque, se a energia varia num sistema, varia também *fora dele*. Se assim não fosse, a energia não se conservava. Forças internas não actuam sobre o exterior do sistema e por isso não podem originar mudanças em que a energia do exterior varie.

O peso como força interna

O peso de um corpo pode ser considerado uma força interna: o sistema é o corpo no campo gravítico da Terra. Ou, melhor ainda, o corpo *e a Terra* constituem o nosso sistema. O que chamamos energia potencial do corpo é na verdade uma energia do sistema corpo–Terra, devida à interacção gravítica. Como o estado de movimento da Terra não é alterado (massa da Terra muito maior do que a do corpo), podemos calcular essa energia de interacção em termos da posição do corpo relativamente à superfície da Terra, a altura, z. Por isso, podemo-nos referir a esta energia como sendo a energia potencial *do corpo*.

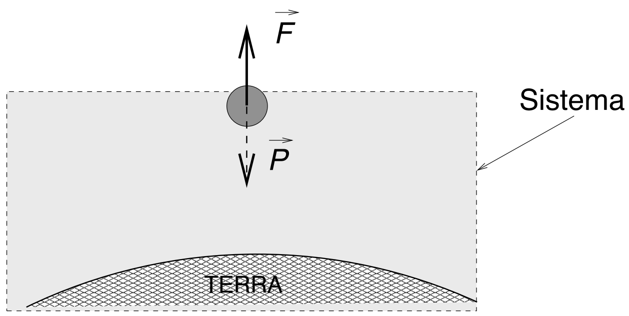

Figura 2.6: Se o sistema é constituído pelo corpo e pela Terra, o peso é uma força interna (a tracejado), que não pode alterar a energia do sistema. Uma força externa $\vec{F}$ (a cheio), aplicada ao corpo, pode alterar a energia do sistema corpo–Terra.

Quando elevamos o corpo, exercemos uma força externa que é oposta ao peso. O seu trabalho resulta numa variação de energia potencial do corpo (ou, como dissemos acima, energia potencial gravítica do sistema corpo–Terra):

$$\Delta E_p = w_{ext} = F \times \Delta z$$

Mas como esta força externa equilibra o peso (para que o corpo não acelere) o trabalho do peso é o simétrico do trabalho da força externa: se a força $\vec{F}$ tem o sentido do deslocamento, o peso tem o sentido oposto e vice-versa. Logo

$$w_{int} = -w_{ext} = -P \times \Delta z.$$

Portanto, como $P = mg$

$$\Delta E_p = -w_{int} = -mg\Delta z. \tag{2.2}$$

Esta equação relaciona a variação de energia potencial com o trabalho das forças internas numa alteração de posição: não exprime uma transferência de energia de um outro sistema através da realização de trabalho.

Mais tarde veremos que nem sempre é possível estabelecer uma relação deste tipo entre forças internas e energia potencial. As forças, como o peso, para as quais isso é possível designam-se por **forças conservativas**.

2.3.3 Unidades

Em que unidades se mede a grandeza energia? Como a unidade de força é o `newton`, `N`, e a de comprimento o `metro, m`, o trabalho e, portanto, a energia podem medir-se em `N m`, unidade designada por `joule, J.`

O que é um `joule`? A expressão para o trabalho de uma força,

$$w = Fd,$$

mostra que o trabalho realizado por um força de 1 N, num deslocamento de 1 m, é 1 J. O peso de uma massa de 100 g é, aproximadamente, 1 N pois a aceleração da gravidade é perto de 10 m s^{-2} ($P = mg = 0,1 \times 10 = 1$ N). Um `joule` é, pois, a energia necessária para elevar cerca de 100 g de 1 m, à superfície da Terra.

▷ Problema 2.1.

2.3.4 Máquinas simples

Roldana móvel

Podemos levantar um peso de 20 N exercendo uma força de apenas 10 N. Como?

Veja-se o sistema de roldana móvel da Fig. 2.7. O módulo, F, da força aplicada no ponto A da Fig. 2.7, é apenas metade do módulo do peso do corpo, $P/2$ (por simplicidade desprezamos o peso da roldana móvel). É verdade, como se vê, facilmente, experimentando! Para compreender porquê, basta notar que a roldana móvel está suportada por duas cordas: cada uma delas exerce uma força de módulo $P/2$ para equilibrar o peso.

▷ Actividade 2.3

Que óptima ideia para obter energia de graça! Uma vez que F é metade de P, então, o trabalho que realizamos para elevar o corpo, puxando em A, seria metade do que se o fizéssemos directamente. Por metade do trabalho (energia que transferimos) obtemos a mesma variação de energia do corpo!

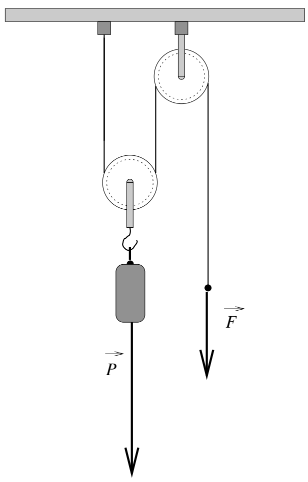

Figura 2.7: A força $\vec{F}$ necessária para equilibrar o corpo é apenas metade do seu peso.

Era bom, mas não funciona. É que quando deslocamos A, para baixo, de uma distância d, realizando um trabalho $(P/2) \times d$, *o corpo só sobe uma distância* $d/2$. A variação de energia potencial do corpo é $P \times (d/2)$, exactamente o trabalho que realizámos. Não há almoços grátis!

O sistema da roldana móvel é apenas um de muitos exemplos de dispositivos de desmultiplicação de forças, como uma alavanca, uma caixa de velocidades, o sistema de transmissão e mudanças de uma bicicleta, etc. São sistemas de grande utilidade prática, porque nos permitem realizar tarefas com forças menores. Mas não poupam energia. Se reduzimos a força necessária para metade o deslocamento correspondente aumenta para o dobro. É mais uma confirmação que a definição de trabalho faz sentido: doutro modo estas máquinas permitiriam a *criação de energia*!

2.4 Energia cinética

Elevemos um corpo de massa de 1 kg a uma altura de dois metros. Sabemos que aumentamos a respectiva energia de ($g \approx 10\,\mathrm{m\,s^{-2}}$):

$$\Delta E_p = mgh = 1 \times 10 \times 2 = 20\,\mathrm{J}.$$

Se largarmos o corpo, ele cai. Se cair precisamente 2 m, a sua energia potencial volta ao valor inicial. Onde está a energia que transferimos para o corpo ao elevá-lo?

Neste caso o corpo caiu livremente. Não o movemos lentamente, mantendo o peso equilibrado com uma força externa. Não houve pois trabalho externo sobre o corpo. Como vimos anteriormente, o peso é considerado uma força interna; faz parte do sistema, `corpo+campo gravítico`.

Se o corpo caiu livremente, tem uma velocidade diferente de zero e parece claro que devemos associar a esse estado de movimento um certa energia. Vamos designar essa energia por energia cinética, E_c, e supor que ela pode ser expressa em termos da velocidade do corpo. Qual é a expressão de $E_c(v)$?

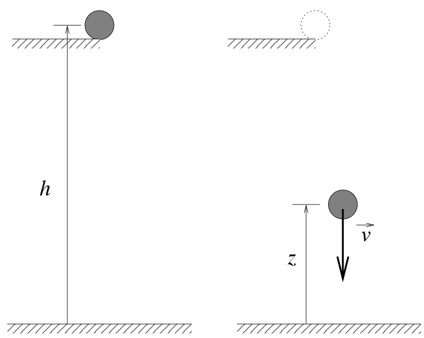

Figura 2.8: À altura z parte da energia potencial inicial é agora energia cinética.

2.4.1 Expressão da energia cinética

Vamos, imediatamente, responder à questão anterior dando a definição de energia cinética de um corpo. Dessa definição, usando conservação de energia, tiraremos algumas conclusões sobre o modo como varia a velocidade de um corpo em queda livre. Na Actividade 2.4 investigaremos experimentalmente essa relação. Teremos assim um pequeno exemplo de como funciona a Ciência.

Primeiro a definição de energia cinética:

> A energia cinética, E_c, de um corpo de massa m e velocidade de módulo v, é dada pelo produto da sua massa m pelo quadrado do módulo da sua velocidade v, dividido por dois, $E_c = mv^2/2$.

Consideremos então um corpo, como o da Fig. 2.8, inicialmente parado à altura h: a sua energia potencial é mgh e a sua energia cinética nula, pois a sua velocidade é zero. A sua energia total é, então,

$$E = mgh.$$

Quando estiver a uma altura z, a sua energia potencial é mgz. Como $z < h$ a sua energia potencial diminui. Se houver conservação de energia, a energia cinética, associada ao movimento, será:

$$E_c = mgh - mgz. \tag{2.3}$$

Usando a definição de energia cinética,

$$m\frac{v^2}{2} = mgh - mgz. \tag{2.4}$$

Resolvendo esta equação em ordem a v^2, obtemos

$$v^2 = 2g(h - z). \tag{2.5}$$

Chegamos, então, a uma previsão concreta: um corpo, em queda livre à superfície da Terra, partindo do repouso e depois de cair uma distância $d = h - z$, tem uma velocidade

$$v^2 = 2gd.$$

▷ Actividade 2.4

Esta relação é investigada experimentalmente na Actividade 2.4, sobre queda livre. A sua confirmação reforça a coerência das definições que demos de trabalho, energia potencial e energia cinética. Em palavras mais simples: tudo bate certo.

A expressão da energia cinética de um corpo de massa m e velocidade v é, então:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2. \tag{2.6}$$

As expressões das Eqs.(2.3) e (2.6) têm uma natureza muito diferente. Ambas são "fórmulas", mas têm estatutos muito diferentes. A segunda é uma expressão de validade geral—a definição de energia cinética—enquanto a primeira, *como expressão para energia cinética,* aplica-se apenas a um corpo em queda livre. Exprime a conservação de energia nessa situação particular e não pode ser confundida com uma definição de energia cinética.

2.4.2 O teorema trabalho-energia cinética

Nas secções anteriores considerámos dois casos:

a) A força externa é equilibrada pelo peso e o corpo desloca-se muito lentamente. O trabalho da força externa é a variação de energia que, neste caso, é apenas energia potencial,

$$\Delta E_p = w_{ext}.$$

b) A força externa é nula e o corpo move-se apenas sob acção do seu peso. A energia total não varia,

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0,$$

o que significa que a variação de energia cinética é simétrica da variação de energia potencial,

$$\Delta E_c = -\Delta E_p.$$

No caso geral, a força externa não é nula, nem oposta ao peso. No movimento do corpo sob a acção do seu peso e da força externa a velocidade varia. A variação de energia do corpo tem um termo cinético e um termo potencial. O trabalho da força externa é a energia transferida para o sistema, ou seja, a variação da energia total:

$$\Delta E_c + \Delta E_p = w_{ext}.$$

Se quisermos saber a variação de energia cinética,

$$\Delta E_c = w_{ext} - \Delta E_p. \tag{2.7}$$

Vimos atrás, na Eq. 2.2 da página 15, que a variação de energia potencial se pode exprimir em termos do trabalho do peso, w_{int}, como,

$$\Delta E_p = -w_{int}.$$

Substituindo este resultado na Eq. 2.7, obtemos

$$\Delta E_c = w_{ext} + w_{int}.$$

A variação de energia cinética é igual ao trabalho de **todas** as forças aplicadas ao corpo. Este resultado é conhecido como o **teorema do trabalho-energia cinética**.

2.5 Forças dissipativas

2.5.1 Resistência do ar

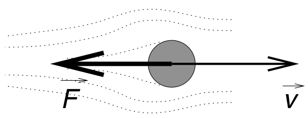

Figura 2.9: Um corpo que se desloca num fluido fica sujeito a uma força de sentido oposto ao seu deslocamento.

Temos vindo a admitir que a soma das energias cinética e potencial gravítica de um corpo em queda livre era conservada. Isto é verdade se o sistema `corpo + campo gravítico da Terra` não interagir com outros sistemas.

Na realidade, o corpo move-se na atmosfera e interage com ela. Essa interacção manifesta-se na força de resistência do ar. Se esta força realizar trabalho, existirá uma transferência de energia entre o corpo e o ar da atmosfera.

Quando um corpo se desloca relativamente a um fluido, como o ar ou a água, este exerce sobre ele uma força oposta ao deslocamento do corpo. Quem tenha posto a mão fora de um automóvel em movimento, sabe que essa força pode ser considerável.

Se a força tem sentido oposto ao do deslocamento, o seu trabalho sobre o corpo é negativo:

$$w_r < 0.$$

Voltemos a considerar o caso da queda de um corpo num campo gravítico, incluindo agora o efeito da resistência do ar. A energia inicial é mgh (corpo em repouso à altura h). Quando está à altura z será,

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgz.$$

Mas como houve interacção com o ar a energia do corpo variou. A energia transferida foi o trabalho da força de resistência do ar. Então:

> `Energia final = Energia inicial + trabalho de resistência do ar.`

Isto é:

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgz = mgh + w_r. \tag{2.8}$$

Como $w_r < 0$ a energia do corpo diminui. Podemos reescrever esta equação usando o módulo de w_r, uma quantidade positiva. Como $w_r = -|w_r|$,

$$\frac{1}{2}mv^2 = mg(h - z) - |w_r|.$$

O primeiro termo do segundo membro é o que teríamos se não houvesse interacção com o ar: a velocidade de queda é menor do que seria na ausência da atmosfera.

Só podemos ignorar o termo de resistência do ar se w_r for muito menor que a variação de energia potencial. Para um berlinde ou uma bola de ping-pong, numa queda até um metro, essa aproximação é razoável. Para uma folha de papel ou uma pena, é muito má.

2.5.2 Forças dissipativas

Poderemos fazer com a força de resistência do ar o que fizemos com o peso? Considerá-la como um força interna de um sistema que agora inclui o ar e definir mais um termo de energia potencial, E_r, de modo que

$$\Delta E_r = -w_r? \tag{2.9}$$

Se assim fosse, a Eq. 2.8 teria a forma

$$\Delta E_c + \Delta E_p + \Delta E_r = 0,$$

já que $\Delta E_c = mv^2/2$ (velocidade inicial nula) e $\Delta E_p = mg(z-h)$. Voltaríamos a ter um sistema em que a energia se conserva.

Não é possível definir uma tal energia potencial E_r. A razão é a seguinte.

A energia potencial está associada a uma determinada posição do corpo. Se o corpo se desloca, mas volta à mesma posição, a sua variação de energia potencial é nula. Mas no caso da força de resistência do ar o trabalho correspondente não é nulo. Quando o corpo desce, o trabalho é negativo, pois a força é oposta ao deslocamento. Quando o corpo volta a subir, o trabalho *ainda é negativo* pois a força continua a ser oposta ao deslocamento. A soma de duas grandezas negativas não pode dar zero! A igualdade da Eq. 2.9 seria violada pois o primeiro membro seria nulo e o segundo positivo.

Em resumo, a interacção entre o ar da atmosfera e um corpo que nele se desloca não pode exprimir-se através de uma energia potencial, como no caso do peso. Forças como a resistência do ar dizem-se **dissipativas.**

Significa isto que quando há forças dissipativas a energia não se conserva?

Não esqueçamos que a resistência do ar é uma interacção entre dois sistemas. De facto, a energia do corpo no campo gravítico da Terra não se conserva; mas apenas porque parte da respectiva energia é transferida para outro sistema. Mais tarde veremos como se manifesta essa energia transferida. Para já, a única coisa que sabemos é que não tem uma relação simples com a posição do corpo, como acontece no caso do campo gravítico. Por isso não é possível definir uma energia potencial associada a esta força.

2.6 Estudo de um caso: *Bungee Jumping*

2.6.1 O que é um *modelo?*

Para ilustrar os conceitos anteriores, vamos estudar, do ponto de vista de transferências de energia, um dos desportos radicais mais populares: o salto com elásticos ou *bungee jumping.*

Um salto real é um processo bem complicado. A resistência do ar está presente, o saltador não se move só na direcção vertical, a orientação do seu corpo pode variar. Por isso vamos construir um **modelo** deste processo: uma representação simplificada que esperamos permita compreender os aspectos gerais mais salientes deste tipo de salto.

Supomos que a energia do saltador no campo gravítico se pode escrever na forma:

$$E_s = \frac{1}{2}mv^2 + mgz \tag{2.10}$$

em que a coordenada z mede a sua altura em relação ao solo. Ignoramos as suas variações de posição (deitado, de pé, de cabeça para baixo), o seu esbracejar, o facto de também se poder movimentar na horizontal e, ainda, a resistência do ar.

Mas há, seguramente, um sistema que não podemos ignorar: os elásticos! Se os ignorássemos, chegaríamos à conclusão que o saltador se estatelaria no chão sem apelo nem agravo: um resultado muito diferente do observado em (quase) todos os saltos.

Na parte inicial da queda os elásticos nada fazem. Depois de o saltador cair uma distância igual ao comprimento de repouso (sem tensão) dos elásticos, estes começam a distender-se. A sua energia aumenta. Podemos incluí-los no nosso sistema definindo uma energia potencial dos elásticos $E_{el}(z)$:

$$E = E_s + E_{el}(z). \tag{2.11}$$

Em resumo: o nosso **modelo** consiste em supor que:

- o saltador se move na vertical apenas;
- a sua energia é dada pelas Eqs. 2.11 e 2.10;
- a energia se conserva.

Precisamos, no entanto, de saber como exprimir $E_{el}(z)$.

2.6.2 Força elástica

▷ Actividade 2.5

Ao esticarmos um elástico temos que exercer forças nas suas pontas. As forças têm o sentido em que as respectivas pontas se deslocam. Logo realizamos um trabalho positivo sobre o elástico—a sua energia aumenta. Ao deixarmos o elástico contrair-se de novo, lentamente, a força que exercemos tem sentido oposto ao deslocamento. O trabalho que realizamos é negativo: o elástico transfere energia para nós e a sua energia diminui.

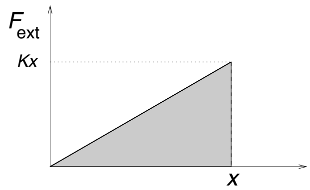

Figura 2.10: Força elástica.

Se chamarmos x ao aumento de comprimento do elástico, relativamente ao seu comprimento sem forças aplicadas, teremos uma energia $E_{el}(x)$, que aumenta com o valor de x. Podemos considerar que $E_{el}(0) = 0$. Como o princípio de conservação de energia envolve apenas *variações de energia* o valor que tomamos para $E_{el}(0)$ pode ser qualquer um.

Quando esticamos lentamente o elástico, a força que temos que exercer é tanto maior quanto maior for a deformação do elástico. Desde que não seja esticado para além de um certo limite, o elástico comporta-se como uma mola. A força necessária para o manter distendido de um comprimento x é proporcional a x,

$$F_{ext} = kx.$$

A força que o próprio elástico exerce sobre o corpo que o distende é oposta:

$$F = -kx.$$

Na Actividade 2.5, discutimos como calcular o trabalho de forças cujo valor varia durante o deslocamento. No caso presente, o gráfico da componente da força externa na direcção do deslocamento tem a forma da Fig. 2.10. O trabalho realizado pela força externa é a área do triângulo sombreado:

$$E_{el}(x) = w = \frac{1}{2}kx \times x = \frac{1}{2}kx^2.$$

Agora que sabemos calcular a energia de deformação elástica, voltemos à análise do salto *bungee.*

2.6.3 Energia num salto de bungee.

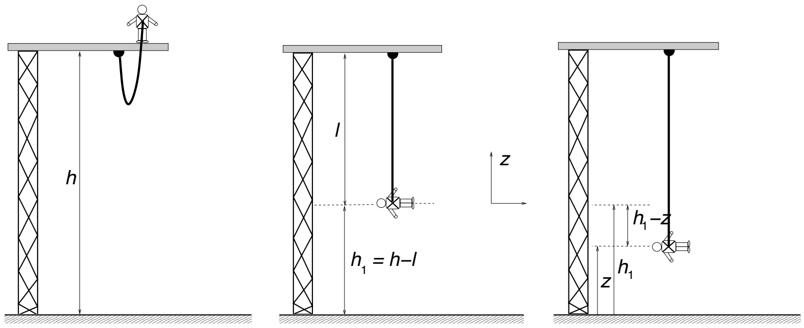

Figura 2.11: Um salto *bungee.* O saltador está inicialmente a uma altura h do solo; o comprimento em repouso dos elásticos é l. Quando a distância z ao solo é inferior a $h_1 = h - l$, os elásticos estão distendidos.

Comecemos por designar alguns parâmetros. A Fig. 2.11 ajuda a compreender as respectivas definições:

- altura inicial relativamente ao solo, h;
- comprimento sem tensão dos elásticos, l;
- altura acima do solo, em que os elásticos começam a ser esticados, $h_1 = h - l$;
- altura do saltador acima do solo durante o salto, z;
- peso do saltador, mg;
- constante de força dos elásticos, k.

Seguindo os passos da Caixa 2.2 da página 25, chegamos à conclusão que, quando o saltador está a uma distância do solo menor que h_1, a respectiva energia é:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgz + \frac{1}{2}k\left(h_1 - z\right)^2 \qquad z < h_1$$

Estamos agora em posição de responder a uma pergunta de interesse capital para o saltador:

■ Energia num salto com elásticos. ■

Como podemos calcular a energia para um salto *bungee* como o da Fig. 2.11? Tentemos construir a respectiva expressão passo a passo.

Questão 1: qual é energia potencial inicial ?

Resposta: é apenas a energia potencial gravítica do saltador. A sua energia cinética é zero e os elásticos não estão distendidos.

$$E_0 = mgh$$

Questão 2: quando a altura do saltador relativamente ao solo é superior a h_1, qual é a energia do sistema?

Resposta: se os elásticos não se distenderam, a sua energia elástica é nula. Se não considerarmos a sua variação de energia potencial gravítica (supomos que a respectiva massa é pequena comparada com a do saltador), a energia total será apenas a soma das energias cinética e potencial gravítica do saltador.

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgz \qquad \text{se}\, z > h_1$$

Questão 3: qual é a energia do sistema quando o saltador se encontra abaixo de h_1?

Resposta: Agora os elásticos estão distendidos de uma distância que é $h_1 - z$ (ver Fig. 2.11c). A respectiva energia é

$$E_{el} = \frac{1}{2}k\,(h_1 - z)^2 \,.$$

A energia total é

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgz + \frac{1}{2}k\,(h_1 - z)^2 \qquad z < h_1$$

Caixa 2.2: Cálculo da energia num salto com elásticos.

O saltador pára antes de atingir o solo, ou estatela-se?

Se a energia se conservar devemos ter:

$$E = E_0$$

ou,

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgz + \frac{1}{2}k\left(h_1 - z\right)^2 = mgh.$$

Podemos daqui calcular a velocidade do saltador quando atinge o solo, em $z = 0$. Substituindo $z = 0$:

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kh_1^2 = mgh$$

ou,

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh - \frac{1}{2}kh_1^2. \tag{2.12}$$

Esta equação só terá uma solução se o segundo membro for positivo, pois $m > 0$ e $v^2 > 0$. Nesse caso o saltador chega ao chão com uma velocidade:

$$v = \sqrt{2gh - \frac{k}{m}h_1^2}.$$

Este não é o resultado desejado! Para que o saltador não chegue ao chão e páre antes que isso aconteça, devemos ter

$$mgh - \frac{1}{2}kh_1^2 < 0$$

ou seja,

$$\frac{1}{2}kh_1^2 > mgh.$$

Antes de saltar é melhor verificar se isto é verdade! Neste caso a Eq. 2.12 não tem solução: isto significa que $z = 0$ não é uma altura possível, pois implicaria uma energia cinética negativa. O saltador pára e volta a subir antes de chegar ao solo.

Esta condição é muito interessante e muito simples de interpretar. O primeiro membro é a energia elástica quando o saltador chega ao solo ($z = 0$): os elásticos estão distendidos de h_1. O segundo membro é a energia inicial. Se $kh_1^2/2 > mgh$, não há energia suficiente no sistema para esticar os elásticos até ao chão. Quase podíamos ter adivinhado este resultado!

2.7 Quando o trabalho é nulo.

2.7.1 Força sem deslocamento

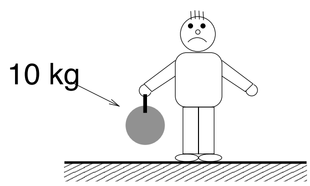

Figura 2.12: Quando seguramos um peso, sem o mover, não fazemos *trabalho*?

Se pegarmos num garrafão de água de 5 litros e o levantarmos à altura do peito, ao fim de poucos minutos os músculos começam a tremer, as forças faltam e temos de o pousar.

De acordo com a nossa definição de trabalho, enquanto seguramos o garrafão numa posição fixa, não realizamos trabalho: não transferimos energia. Por que é que ficamos cansados, então? Segurar um peso não é *trabalho?*

Comecemos por notar que uma mesa ou uma corda amarrada a um gancho no tecto seguram um peso durante o tempo que for necessário. Não parece haver realmente qualquer "consumo" de energia. Na indústria de construção civil é habitual deixar cargas suspensas nas gruas durante as interrupções de trabalho. Se isso consumisse energia, as empresas pensariam duas vezes antes de adoptar esse procedimento.

Mesmo no caso em que somos nós a segurar um peso, há um aspecto que é claro: não transferimos energia para o peso se não o deslocarmos. A energia do corpo que seguramos não aumenta com o tempo em que o estamos a segurar. A energia que podemos obter, deixando-o cair, por exemplo, não aumenta por ele ter estado elevado mais tempo. A conceito físico de **trabalho** pretende medir a transferência de energia para o corpo sobre o qual actua a força. Se não houver deslocamento essa transferência é nula.

No entanto, cansamo-nos. O esforço muscular, mesmo sem deslocamento, consome, efectivamente, reservas energéticas do corpo. Porquê?

A razão tem a ver com a maneira como os músculos funcionam. As células musculares, chamadas *fibras,* têm a forma de cilindros alongados e podem contrair-se exercendo forças nas extremidades. Mas são um complexo sistema bioquímico, cujo funcionamento é muito diferente de uma mola ou de um elástico. A contração requer movimento de filamentos de proteína no interior da célula e isso requer energia. A contracção é apenas temporária e a fibra rapidamente perde a tensão. Para manter um músculo contraído, mesmo sem deslocamento, como quando seguramos um peso, é necessário contrair regularmente novas fibras para substituir as que se distendem. É este processo que consome a energia do corpo. Mas essa energia não é transferida para a carga que o músculo sustenta: acaba distribuída no nosso corpo e pode manifestar-se por um aumento de temperatura local. Por isso é correcto dizer que o trabalho *realizado sobre a carga* é nulo. No artigo *Funcionamento dos músculos* [1], disponível no portal do projecto Faraday, está uma explicação mais detalhada deste processo.

2.7.2 Forças perpendiculares ao deslocamento

Até ao momento só considerámos o cálculo de trabalho em situações em que a força tem a direcção do deslocamento. Mas nem sempre isso acontece. Nos dois exemplos seguintes, as forças são perpendiculares aos deslocamentos. Como veremos, nesse caso o trabalho é nulo.

Movimentos de planetas ou satélites.

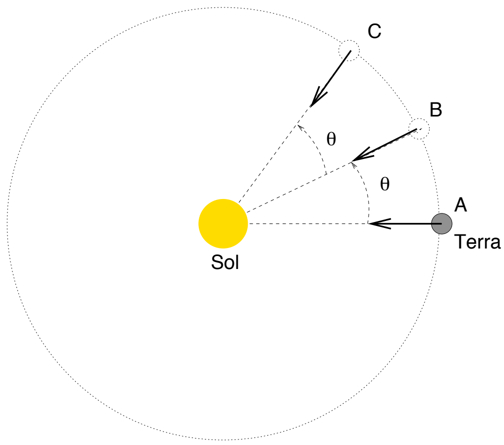

Figura 2.13: Os trabalhos realizados entre A e B e entre B e C são iguais. Serão diferentes de zero?

Sabemos que os planetas se movem em torno do Sol sob a acção da força gravítica. As órbitas dos planetas são quase circulares, com centro no centro do Sol. No 9º ano aprendemos que a força gravítica que o Sol exerce nos planetas tem a direcção do raio da órbita, com sentido dirigido para o centro do Sol. O deslocamento do planeta é, em cada instante, perpendicular à força. Será que esta força realiza trabalho?

Reparemos no esquema da Fig 2.13. Suponhamos que entre os dois pontos A e B a força gravítica do Sol realizava um trabalho w sobre o planeta. Evidentemente, o trabalho entre B e C seria o mesmo, uma vez que o ângulo percorrido é o mesmo, o valor da força é o mesmo, o ângulo com o deslocamento também, etc. O trabalho numa rotação completa seria

$$W = w \times \frac{360}{\theta}$$

pois $360/\theta$ é o número de ângulos iguais a AB (θ) em que podemos dividir o arco completo ($360^{\underline{o}}$).

Mas, para uma revolução completa, o trabalho realizado tem que ser nulo; o planeta ocupa a mesma posição com a mesma velocidade. Logo $W = 0$ e $w = 0$. Como os pontos A e B são quaisquer, temos que concluir que o trabalho de uma força perpendicular ao deslocamento é nulo.

Movimento horizontal de um corpo sobre uma superfície.

Quando um carrinho se desloca sobre o tampo horizontal de uma mesa o seu peso é cancelado pela reacção normal da mesa. Se não houver atrito, estas são as únicas forças sobre o carrinho. Será que realizam trabalho?

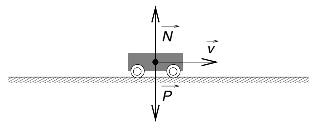

Figura 2.14: O trabalho da reacção normal da mesa e do peso serão diferentes de zero?

A pergunta parece pouco interessante. Mesmo que a resposta fosse sim, os trabalhos do peso e da reacção da mesa devem cancelar-se, pois as forças têm sentidos opostos e o mesmo valor. Por isso a energia do carrinho não deve variar. Com efeito, se não houver atrito, ele mantém sempre a mesma velocidade.

No entanto, ao contrário do que parece à primeira vista, supor que os trabalhos do peso, w_p, e da reacção normal, w_n, são diferentes de zero, mesmo que a sua soma seja zero, $w_p + w_n = 0$, tem consequências. O peso é uma força exercida pela Terra; a reacção normal é exercida pela mesa. Se, por exemplo, $w_p > 0$, há transferência de energia entre a Terra e o carrinho. Sendo $w_n = -w_p$, teremos $w_n < 0$: isto implica uma transferência de energia entre o carrinho e a mesa. Ou seja, haveria energia a passar da Terra para o carrinho e deste para a mesa. Mas não há qualquer evidência dessa passagem; não há alteração do estado da mesa que indique que está a receber energia quando um carrinho desliza sobre ela sem atrito.

Estes dois exemplos permitem-nos concluir com confiança:

Quando uma **força é perpendicular ao deslocamento** o trabalho realizado pela força é **nulo**.

2.8 Forças e deslocamentos não colineares

Discutimos os casos de forças colineares e ortogonais a deslocamentos. Para completar, podemos agora considerar o caso geral em que a força e o deslocamento definem um ângulo qualquer. Este tópico será estudado de novo, com mais pormenor, no 11º ano.

2.8.1 Trabalho e energia num "escorrega"

Os parques aquáticos têm como principal motivo de atracção os "escorregas". Um fio de água reduz o atrito entre a superfície do "escorrega" e os seus utilizadores, que podem assim atingir velocidades suficientemente elevadas para fazer correr a adrenalina. Mas qual é realmente a velocidade que se pode atingir ao descer um escorrega?

Tomemos o comprimento do escorrega como sendo d e o desnível entre o início e o fim como sendo h (ver Fig. 2.15). Valores típicos são $h = 8\,\mathtt{m}$ e $d = 20\,\mathtt{m}$. Comecemos por considerar este problema do ponto de vista de conservação de energia.

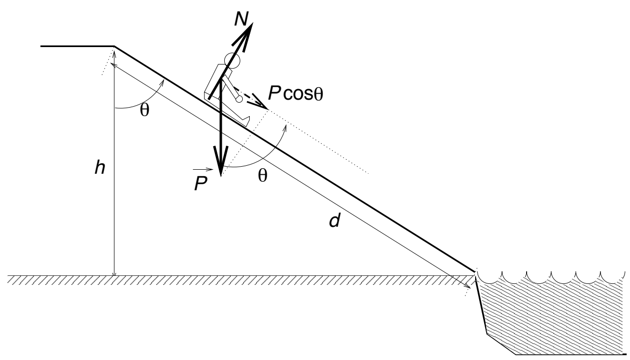

Figura 2.15: Num escorrega as forças sobre o utilizador são a reacção normal da superfície e o peso do cliente. Os escorregas são desenhados para reduzir o atrito, a componente da força da superfície paralela a esta.

Sendo a velocidade inicial nula, a energia inicial é potencial gravítica. Tomando a altura final como nível de referência ($z_f = 0$), a energia inicial é

$$E = mgh$$

em que m é a massa do utilizador do "escorrega". No fim da descida a energia é

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgz_f = \frac{1}{2}mv^2.$$

Se a energia se conserva, teremos

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

ou

$$v^2 = 2gh.$$

Para $h = 10\,\mathtt{m}$ obtemos $v = 14,1\,\mathtt{m\,s}^{-1} = 51\,\mathtt{km\,h}^{-1}$.

Trabalho na descida de um escorrega

O cálculo anterior, que como veremos está efectivamente correcto, pode, no entanto, levantar algumas interrogações:

- Neste movimento há deslocamento horizontal, não apenas vertical. A expressão da energia potencial gravítica, $E_p = mgz$, continua a ser válida quando as coordenadas x e/ou y variam também, além de z?

- A força exercida pela superfície do escorrega não realiza trabalho? Se a resposta for sim, a energia total da pessoa que desce, potencial gravítica mais cinética, varia.

Comecemos por responder à segunda pergunta.

Uma força, tal como um deslocamento rectilíneo, é caracterizada não apenas por um módulo (intensidade), mas também por uma direcção e um sentido: é uma grandeza vectorial. Isto significa, entre outras coisas, que podemos decompor uma força segundo duas direcções arbitrárias, desde que não sejam colineares. Por exemplo, a força $\vec{F}$ da Fig. 2.16 pode ser decomposta nas forças $\vec{F}_{\parallel}$ e $\vec{F}_{\perp}$, usando o método habitual de projecção de vectores: o efeito da força $\vec{F}$ é o mesmo que teriam, em conjunto, as forças $\vec{F}_{\parallel}$ e $\vec{F}_{\perp}$.

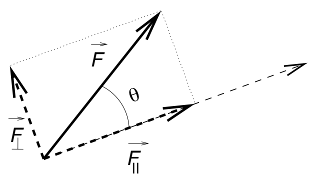

Figura 2.16: Decomposição de uma força segundo direcções perpendiculares.

Quando um corpo desliza sobre uma superfície esta exerce sobre o corpo uma força com duas componentes:

i) uma perpendicular à superfície, que impede o corpo de se movimentar para dentro da superfície, chamada reacção normal. O seu sentido (a não ser que a superfície tenha cola) é para o exterior.

ii) uma paralela à superfície, com sentido oposto ao deslocamento, a força de atrito.

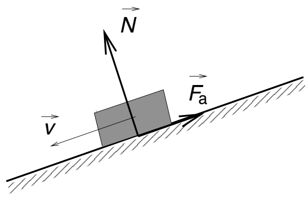

Figura 2.17: A força de contacto que a superfície exerce sobre o corpo tem uma componente normal, $\vec{N}$, e uma componente paralela à superfície de contacto, $\vec{F_a}$, a força de atrito.

Os escorregas são desenhados para reduzir o mais possível esta segunda componente. No caso ideal só existe a reacção normal e, como vimos atrás, uma força perpendicular ao deslocamento não realiza trabalho.

Sendo assim, só o peso do utilizador do escorrega realiza trabalho. Se decompusermos o peso segundo a direcção do deslocamento, $\vec{P}_{\parallel}$, e segundo a direcção perpendicular, $\vec{P}_{\perp}$, *só a primeira realiza trabalho.* Como $\vec{P}_{\parallel}$ é colinear com o deslocamento já sabemos calcular o respectivo trabalho.

Se for θ o ângulo entre a vertical e o plano do escorrega (ver Fig. 2.15), o módulo de $\overrightarrow{P_{\parallel}}$ é $P\cos\theta = mg\cos\theta$. O trabalho realizado pelo peso é

$$w_p = P_{\parallel} \times d = mg\cos\theta \times d.$$

Como $\cos\theta = h/d$ obtemos

$$w_p = mgh.$$

A variação de energia cinética é o trabalho do peso, já que a reacção normal da superfície não realiza trabalho,

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh.$$

Este é exactamente o resultado que tínhamos obtido por conservação de energia.

A expressão da energia potencial gravítica $E_p = mgz$ continua a ser válida no caso geral em que o deslocamento não é na vertical. O trabalho da componente do peso paralela ao deslocamento é $mgd\cos\theta$, em que θ é o ângulo entre o deslocamento e a direcção vertical, sentido descendente. Ora, $d\cos\theta = -\Delta z$, o simétrico da variação da altura, o que dá $w_p = mg\Delta z$. Se recordarmos que $w_p = -\Delta E_p$, vemos que de facto $\Delta E_p = mg\Delta z$.

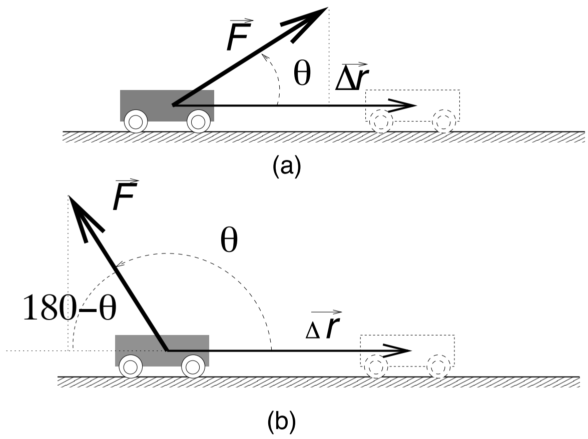

Figura 2.18: No caso (a) o trabalho da força é positivo (o carrinho recebe energia), no caso (b) negativo (cede energia). Em qualquer dos casos é dado por $F\Delta r\cos\theta$ em que F e Δr são os módulos da força e do deslocamento, respectivamente.

2.8.2 Trabalho de forças não colineares com deslocamento

Este exemplo mostrou-nos como podemos calcular o trabalho quando as forças e os deslocamentos não são colineares. Temos apenas de calcular o trabalho da componente da força na direcção do deslocamento.

No caso da Fig. 2.18-a o módulo da projecção da força na direcção do deslocamento, $F_{\|}$, é

$$F_{\|} = F\cos\theta$$

em que F é o módulo da força. O trabalho da força é

$$(F\cos\theta)\Delta r = F\Delta r\cos\theta$$

em que Δr é o módulo do deslocamento.

No segundo caso, o módulo da projecção da força na direcção do deslocamento é

$$F_{\|} = F\cos(180-\theta) = -F\cos\theta$$

($\cos\theta$ é negativo, pois $\theta > 90^{\text{o}}$). O trabalho é

$$w = -F\cos(180-\theta)\Delta r = F\Delta r\cos\theta.$$

Em resumo, sendo θ o ângulo entre uma força constante de módulo F e o deslocamento de módulo Δr, o trabalho da força é

$$w = F\Delta r \cos\theta.$$

Atenção: esta definição só está correcta se θ for o ângulo entre os sentidos da força e do deslocamento (ver Fig. 2.18). Se alguma vez isto parecer confuso, basta recordar:

> se a força contribuir para aumentar a velocidade na direcção do deslocamento, o trabalho é positivo e a energia aumenta. Se a força retardar o movimento, o trabalho é negativo e a energia diminui.

2.9 Actividades, questões e problemas

2.9.1 Actividades

2.1. **Lançamento de bola**
Atirar uma bola (ténis) e apanhá-la outra vez, suavemente.

(a) Quais são os sistemas em interacção?

(b) Quando é que a bola recebe energia da mão e quando é que cede?

(c) Representar num gráfico (esquemático) a velocidade e a energia da bola durante a interacção.

(d) Em alguns momentos da interacção, representar em esquema as forças da mão sobre a bola.

(e) Identificar o sentido da transferência de energia entre a mão e a bola no lançamento e na recepção. Relacionar o sentido de transferência de energia com os sentidos relativos de força e deslocamento no lançamento e na recepção da bola.

2.2. **Compressão/distensão de uma mola**
Pegar numa mola com as mãos, distendê-la e comprimi-la.

(a) A energia da mola aumentou ou diminuiu?

(b) Qual o sistema que transferiu energia para a mola?

(c) Qual a direcção e o sentido da força sobre a mola?

(d) Qual a direcção e o sentido do deslocamento do ponto onde foi aplicada a força?

(e) Relacionar as respostas às alíneas anteriores com o conceito de trabalho como transferência de energia.

2.3. **Máquinas simples**
Exploração do funcionamento de máquinas simples do ponto de vista de conservação de energia. Ver Ficha de actividade A4.

2.4. **Conservação de energia em queda livre**.
Medição da velocidade em função da altura de queda de um corpo. Ver Ficha de Actividade A5.

2.5. **Trabalho de forças variáveis**
Como se calcula o trabalho de uma força se esta variar durante o deslocamento? Ver Ficha de Actividade A6.

2.9.2 Problemas

Nos problemas seguintes, a não ser que explicitamente indicado, tome o valor da aceleração da gravidade $g = 10\,\mathtt{m\,s}^{-2}$.

2.1. **Joule-lunar**
Um `joule-lunar`, unidade inventada pelo Dr. E. X. Cêntrico, é a energia necessária para elevar um peso de um `newton`, de uma distância de um metro na superfície da Lua (peso medido na Lua, onde $g \approx 1,7\,\mathtt{m\,s}^{-2}$).

(a) Quantos `joule` vale um `joule-lunar`?

(b) Se o Dr. E. X. Cêntrico tivesse definido o `joule-lunar` como a energia necessária para elevar $100\,\mathtt{g}$ de um metro na superfície da Lua, quantos `joule` valeria?

2.2. **Trabalho na Lua**
Elevar um dado corpo na Terra necessita de um trabalho de $10\,\mathtt{kJ}$. Que trabalho é necessário para o elevar da mesma distância na Lua? ($g_{lua} \approx 1,7\,\mathtt{m\,s}^{-2}$).

2.3. **Estimativas de energias cinéticas**.
Estimar energias cinéticas de translação de diversos corpos. Para fazer algumas destas estimativas pode ser necessário pesquisar alguns valores de massas e velocidades. O objectivo não é ter um valor exacto mas uma ordem de grandeza.

(a) uma bola de um desporto (ténis, futebol, vólei, etc);

(b) uma bala de pistola;

(c) um atleta em corrida de 100 m;

(d) um ciclista e um automóvel ligeiro, ambos a $40\,\mathtt{km\,h}^{-1}$;

(e) um meteoro de 1 kg com a velocidade de escape $11\,\mathrm{km\,s}^{-1}$ (a velocidade a que atingiria a superfície da Terra se caísse de uma distância infinita no campo gravítico da Terra);

(f) a Terra no seu movimento orbital;

(g) um protão a 1/10 da velocidade da luz;

2.4. **Empurrar um carro**
É muito mais difícil pôr um automóvel em movimento, partindo do repouso, do que mantê-lo em movimento, com uma velocidade constante.

(a) Qual é o trabalho necessário para pôr o automóvel em movimento ($v \approx 1,5\,\mathtt{m\,s}^{-1}$, $m = 1000\,\mathtt{kg}$), partindo do repouso, se ignorarmos os atritos?

(b) Qual é o trabalho necessário para manter o automóvel em movimento, se ignorarmos os atritos?

2.5. **Saltos plataforma de 10 m**
Calcular a velocidade com que um saltador de plataforma de $10\,\mathtt{m}$ entra na água. Supor que cai na vertical, sem velocidade inicial, e que tem uma massa de $70\,\mathtt{kg}$. E se for uma criança de massa $45\,\mathtt{kg}$?

2.6. **Queda de bola de ping-pong**
Numa medição cuidadosa, verifica-se que a velocidade de uma bola de ping-pong ($m = 2\,\mathtt{g}$), ao fim de uma queda de $2\,\mathtt{m}$ de altura, é de $5,66\,\mathtt{m\,s}^{-1}$ ($g = 9,8\,\mathtt{m\,s}^{-1}$).

(a) Qual seria a velocidade se houvesse conservação de energia, potencial gravítica mais cinética?

(b) Qual foi o trabalho das forças de resistência do ar durante a queda?

2.7. **Velocidade de projécteis**
Um revólver, como os usados pela polícia norte-americana, dispara projécteis de massa $m = 7,4\,\mathtt{g}$ com uma velocidade de saída da arma de $303\,\mathtt{m\,s}^{-1}$.

(a) Qual é a energia cinética de uma bala à saída da arma?

(b) Se a bala for disparada na vertical e pudermos desprezar a resistência do ar, que altitude atingiria? Ao cair, seria mais ou menos perigosa que ao sair da arma?

(c) Na prática, o efeito da resistência do ar, é muito importante para projécteis a altas velocidades: a bala só sobe cerca de $500\,\mathtt{m}$. Qual foi o trabalho das forças de resistência do ar na subida? Obter uma estimativa, por excesso, da velocidade da bala ao atingir de novo o solo.

2.8. **Distância de paragem**
A distância de travagem de um veículo é aproximadamente proporcional à respectiva energia cinética. Se um automóvel a $30\,\mathtt{km\,h}^{-1}$ consegue parar em $10\,\mathtt{m}$, qual é a distância de paragem se a sua velocidade for o dobro, $60\,\mathtt{km\,h}^{-1}$?

2.9. **Potência de uma atleta**
Ao correr, uma atleta consome parte das suas reservas energéticas. A energia por unidade de tempo que o seu corpo disponibiliza para a tarefa de corrida é a potência da atleta. Seja essa potência P em esforço máximo, para uma atleta de $55\,\mathrm{kg}$.

(a) Se correr em esforço máximo $400\,\mathtt{m}$ em trajecto plano, ou os mesmos $400\,\mathtt{m}$ com uma subida de $20\,\mathrm{m}$ em qual dos casos dispenderá a atleta mais energia?

(b) Que energia adicional tem que fornecer para elevar a sua altura de $20\,\mathrm{m}$ relativamente à posição inicial ?

(c) Se a potência em esforço máximo é a mesma nas duas corridas, como pode a energia dispendida aumentar?

(d) A atleta demora mais $9\,\mathtt{s}$ na segunda corrida do que na primeira. Qual é sua potência de esforço máximo?

2.10. **Energia Hidroeléctrica**
Numa barragem hidroeléctrica é armazenada água a uma certa altitude. Para produzir energia a água cai para uma cota mais baixa e acciona as turbinas. A energia de rotação das turbinas origina corrente eléctrica. Temos um exemplo claro de energia potencial gravítica como “fonte” de energia.

(a) Se o desnível entre a cota inicial e final for de 50 m, qual é a máxima energia que é possível produzir por m^3 de água descarregada?

(b) Para um caudal de descarga de $200\,\mathrm{m}^3\,\mathrm{s}^{-1}$ qual é a energia máxima produzida por segundo? Qual a potência em MW?

(c) Por que é que se usou a designação *máxima* nas alíneas a) e b)?

(d) No capítulo 1, refere-se que são necessários em média $15\,\mathrm{m}^3$ de água por quilowatt-hora (kWh) de energia produzida. A que altura de queda efectiva corresponde este valor?

2.11. **O salto *bungee (1)***
Num salto *bungee* podemos distinguir as seguintes fases abaixo enumeradas. Para cada uma delas discutir as variações de todos os termos que constituem a energia total do sistema: se aumentam, se diminuem, ou se se mantêm constantes.

Fase 1: desde o início até os elásticos começarem a esticar.

Fase 2: desde que os elásticos começam a esticar até terminar a queda.

Fase 3: durante o período em que os elásticos se contraem de novo até ao seu comprimento sem tensão.

Fase 4: em que o saltador está de novo apenas sujeito à força gravítica.

2.12. **O salto *bungee* (2)**
Quando o saltador chega à posição em que os elásticos começam a esticar (altura h_1, ver Fig. 2.11), a sua velocidade começa a dominuir, continua a aumentar ou passa a ser constante? Justificar.

2.13. **O salto *bungee* (3)**
Um elástico bungee com uma constante elástica $k = 100\,\mathrm{N\,m}^{-1}$ tem um comprimento, sem tensão, de $10\,\mathrm{m}$. O elástico está suspenso a $30\,\mathrm{m}$ de altura.

(a) O salto é seguro para uma criança com uma massa de $40\,\mathrm{kg}$?

(b) E para um adulto com massa de $80\,\mathrm{kg}$?

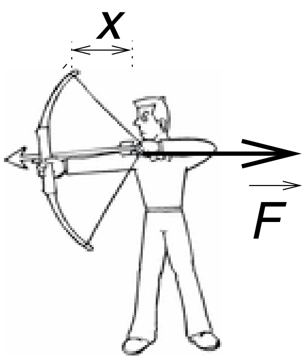

Figura 2.19: O arqueiro puxa a seta de uma distância x.

2.14. **O arco e flecha**
A relação entre o módulo da força que um arqueiro exerce, F, e a distância, x, que deslocou para trás a corda do arco é quase linear, $F = kx$. Dados de um arco concreto são

$F = 171\,\mathtt{N}$ para um deslocamento de $43\,\mathtt{cm}$. A massa de uma flecha é de $20,1\,\mathtt{g}$ [2].

(a) Qual é o trabalho realizado pelo arqueiro para tensionar o arco?

(b) Se a flecha partir com toda a energia elástica armazenada no arco, com que velocidade partirá?

(c) Na realidade a eficiência de uma arco moderno de competição anda à volta de 70%. Isto é, só cerca de 70% da energia fornecida no acto de tensionar o arco acaba como energia cinética da flecha. Qual é a velocidade de saída da flecha?

2.15. **Saltos de esqui**
Os esquiadores podem sair de uma rampa de salto de esqui a uma velocidade de cerca de $90\,\mathtt{km\,h}^{-1}$. O ângulo da rampa com a horizontal é cerca de 30º. Com estes dados e supondo que a força de atrito da rampa é desprezável calcular:

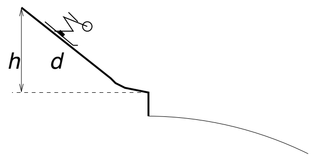

Figura 2.20: Salto de esqui.

(a) O desnível entre a posição de partida e a posição onde é iniciado o salto, h.

(b) O comprimento da rampa de saída;

(c) Que dado é necessário para poder calcular o trabalho do peso do esquiador durante a descida da rampa para o salto?

2.16. Um avião, voando $300\,\mathtt{m}$ de altitude, a uma velocidade de $400\,\mathtt{km\,h}^{-1}$, larga uma bomba de $200\,\mathtt{kg}$.

(a) Qual é a energia cinética da bomba ao ser largada?

(b) Qual é a energia cinética da bomba ao atingir o solo, se ignorarmos a resistência do ar?

2.17. **Saltos de mota**
Um motociclista executa um salto, subindo um rampa que faz um ângulo de 15º com a horizontal. A sua velocidade à saída da rampa é de $90\,\mathtt{km\,h}^{-1}$. No seu voo, sobe até $2\,\mathtt{m}$ acima do topo da rampa (medidos na vertical). Que velocidade tem o motociclista ao passar a essa altura máxima?

2.18. **Mentira desmascarada por um físico.**
Um condutor causou um acidente ao entrar num cruzamento a $60\,\mathtt{km\,h}^{-1}$. Disse em tribunal que estava parado no seu

carro a 50 m do cruzamento e que ficou sem travões; como a rua descia, o carro embalou e ele nada pôde fazer. Um investigador da companhia de seguros foi ao local, fez uma medição e provou que o condutor estava a mentir.

(a) Que medição fez o perito?

(b) Que inclinação[2] teria que ter a estrada para que o perito não pudesse tirar a conclusão que tirou?

2.9.3 Desafios

2.1. **Consumo automóvel**
A força de resistência do ar ao movimento de um automóvel pode calcular-se pela seguinte expressão

$$F = c\rho A v^2$$

em que:

- c é o coeficiente aerodinâmico, sem dimensões, e vale entre $0.3 \sim 0,4$.
- ρ é a massa volúmica do ar;
- A é a área da secção recta do automóvel;
- v é a velocidade do automóvel.

(a) Para um automóvel que se desloca a $90\,\mathrm{km\,h^{-1}}$ qual é a energia transferida devido à resistência do ar em 1 h de viagem ($c = 0,35$)? (estimar a área da secção recta).

(b) Se o consumo de gasolina for essencialmente devido a esta transferência, e o automóvel gastar 7 litros de combustível aos 100 (km), em terreno horizontal, qual será o consumo se o automóvel fizer um trajecto de uma hora, à mesma velocidade de $90\,\mathrm{km\,h^{-1}}$, mas com uma subida de 1000 m ?

(c) Na realidade, se o motor funcionar, o automóvel consome gasolina mesmo parado. Calcular o consumo na subida, conhecendo:

   i. o consumo C_1 com o automóvel parado, mas com o motor a funcionar em regime semelhante ao que é necessário para obter $90\,\mathrm{km\,h^{-1}}$;

[2] Em Portugal, a inclinação, i, de uma estrada é dada em percentagem do seguinte modo: $i = 100 \times (h/d)$ em que h é variação de altitude para um troço de estrada de comprimento d.

ii. o consumo C_2 em terreno horizontal a 90 $\mathrm{km\,h^{-1}}$.

2.2. **Tempos de subida e descida**
Se um corpo é lançado na vertical verifica-se que o tempo que demora até atingir a altura máxima é igual ao tempo que demora a descer à altura de lançamento, se não houver resistência do ar.

(a) Porquê? Que relação tem esse facto com a conservação de energia?

(b) E se houver resistência do ar, os dois tempos continuam a ser iguais? Se não, qual é o maior: o de subida ou de descida?
Sugestão: pensar na velocidade com que o corpo passa a uma dada altura na subida e na descida.

Bibliografia

[1] Manuel Joaquim Marques. Funcionamento dos músculos. Projecto FARADAY, Departamento de Física, Faculdade de Ciências, Universidade do Porto, 2003.

[2] C. Tuijn and B. W. Kooi. The measurement of arrow velocities in the student's laboratory. *Eur. J. Phys.*, 13:127, 1992.