Projecto Faraday

Textos de Apoio

Leis de Newton

11º Ano de Escolaridade

Projecto Faraday

casa das ciências

Porto, Outubro de 2009

Ficha Técnica

Projecto Faraday

Projecto de intervenção no ensino da Física no secundário.

Financiamento

Fundação Calouste Gulbenkian.

Execução

Departamento de Física, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.

Escolas Participantes

- ES Filipa de Vilhena
- ES Fontes Pereira de Melo
- ES Garcia de Orta
- ES da Maia
- ES de Santa Maria da Feira

Coordenação

- J. M. B. Lopes dos Santos
- Manuel Joaquim Marques

Portal

URL: http://www.fc.up.pt/faraday

Texto do $11^{\underline{o}}$ Ano

Redactor Principal

J. M. B. Lopes dos Santos

Colaboração e revisão

- Elisa Arieiro
- Carlos M. Carvalho
- Manuel Joaquim Marques

Conteúdo

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Parte I

Movimento e Leis de Newton

Capítulo 3

Uma conversa com o meu tio

Tenho que vos falar do meu tio Alberto. É uma personagem...

Lá em casa todos o acham meio estranho e não admira: ele é físico; e da pior espécie. Diz-se físico teórico, o que significa que nem precisa de fazer coisas nos laboratórios. Não inventa nada que sirva para alguma coisa. Como ele próprio diz, pode "fazer Física" em qualquer lado.

É fácil ver quando ele está a "fazer Física". A gente fala-lhe e só recebe a resposta cinco minutos depois. Já ouvi dizer que se pisarmos uma girafa, ela demora uns segundos a saber, porque tem um pescoço muito comprido. Mas com o meu tio não é bem assim. Acho que é mais como quando os computadores ficam a fazer barulhinhos esquisitos e a gente mexe o rato e só passado meia-hora é que ele se mexe no ecrân: o CPU está muito ocupado. Com o meu tio também deve ser isso: o CPU não tem tempo para atender os "periféricos".

Um dia, por razões que agora não interessam, vi-me com ele numa viagem de comboio de Porto-Lisboa. Para cúmulo estava sem baterias no "discman" e no telemóvel; e nenhum sítio para os carregar; e ainda lhes chamam comboios de luxo?

Sem nada que fazer, resolvi perguntar-lhe umas coisas sobre a Física que estava a dar na escola. Sabem como é, no Natal pode pingar qualquer coisa do tio, se a gente for simpática.

- Tio, há lá umas coisas que a Prof. de Física disse que me fazem confusão.

(Um minuto de espera. Estava a fazer Física)

- O que foi? diz, P.

- Interrompi-o?

- Não tem importância. O que eu estava a pensar não ia dar em nada. Conta lá.

- Bem, é assim: a Prof. diz que um corpo sem forças continua a mexer-se. Não é preciso forças para haver movimento. Ora, eu acho que é.

- Ai sim? E porque dizes isso?

- É só bom senso, tio. As coisas não se põem a mexer sózinhas. É sempre preciso empurrá-las. E quando a gente deixa de as empurrar elas param.

- Ok, vamos fazer uma experiência?

- Aqui!?

-Por que não? Tenho aqui uma moeda.

E pousou-a na mesa.

- Como vês ela não se mexe.

- É o que eu disse. Se ninguém a empurrar...

- Então dá-lhe um piparote.

Assim fiz. A moeda deslocou-se cerca de 20 cm.

- Está a ver, tio. A moeda pára logo, se eu não continuar a empurrá-la.

- Espera aí P. Não é verdade que a moeda continuou a mover-se depois de o teu dedo ter perdido contacto? Já não estavas a exercer um força. O que fez com que a moeda se deslocasse mais um pouco?

- Bem, acho que a força que lhe dei ainda não se tinha gasto. Não há assim uma quantidade de movimento ou qualquer coisa assim? Deve ser isso.

- Então achas que há qualquer coisa que o teu piparote passou para a moeda, mas que se gasta, e quando acaba ela pára?

- Acho que sim. Parece lógico.

- Vamos fazer uma segunda experiência. Mas agora dá mais jeito fazê-la no chão, aqui na coxia central da carruagem. Tenho aqui outra moeda igual à primeira. Pega nas duas e vais fazer o seguinte. Pousas uma no chão e dás-lhe um piparote. E pões a outra a rolar.

Nesta altura estavamos os dois de cócoras na coxia central e havia várias caras franzidas a olhar para nós. Mas fiz o que o meu tio disse. A moeda que eu empurrei parou logo ali frente. O que é que ele esperava? O outra rolou até ao fundo da carruagem e só parou porque chocou contra um sapato; que, por acaso, não estava vazio. Tinha um pé dentro e o resto que costuma vir agarrado a pés: neste caso o revisor do comboio. Olhou para nós os dois com olhar de poucos amigos, mas o meu tio nem deu por isso. Sentou-se, calmamente, e continuou:

- Viste que uma das moedas só parou no fim da carruagem. Achas que a empurraste mais do que a outra? Deste-lhe mais dessa coisa que chamaste quantidade de movimento?

- Bem, de facto acho que não. Antes pelo contrário. Bastou um toque para a pôr a rolar.

- Então por que é que se deslocou muito mais do que a outra?

- Deve ser por causa do atrito, não é? A outra moeda escorregou sobre o chão. O atrito com o chão é que a fez parar mais cedo.

- Espera aí. Não estás a dizer que o chão está a exercer um força sobre a moeda?

- Acho que sim.

- E quando essa força é mais pequena, como quando a moeda rola, ela demora mais a parar?

- Ah, já estou a ver onde quer chegar. Vai-me dizer que se não existissem essas forças como o atrito a moeda não pararia.

- Exacto. Não foi isso, no fundo, que a tua Prof. te disse? Se não houver forças, o estado de movimento não se altera. O que está parado fica parado. Mas o que estiver em movimento, continua em movimento.

- Realmente, começa a fazer algum sentido. O que o tio está a dizer é que quando as coisas estão em movimento e ninguém está a "empurrá-las", isso não quer dizer que não haja forças como o atrito que as fazem diminuir de velocidade e parar.

- Exacto. E até te posso dar um exemplo ainda mais convincente. Estende a mão. Segura neste berlinde.

Tirou um berlinde do bolso e pousou-mo na palma da mão.

- Se o largares, o que acontece?

- Ora essa, cai.

- Porquê?

- Por causa do peso. Atracção da Terra, gravidade, blá-blá-blá, essa cena já a dei no 9º ano.

- Então cai porque a Terra atrai o berlinde com uma força, o peso do berlinde, com a direcção do centro de Terra.

-Certo.

- Mas agora não está a cair. Qual é a força total sobre o berlinde?

- Bem, calculo que a minha mão é que exerce uma força que somada com o peso dá zero.

- Então concordas que a força total sobre o berlinde é zero.

- Claro. Ele está aqui paradinho, não está?

- Olha para ali, no fundo da carruagem, para aquele letreiro luminoso. O que diz?

-Levantei os olhos e reparei que de facto havia um letreiro por cima da passagem para a outra carruagem.

- De momento diz $145\,\mathtt{km\,h}^{-1}$. É a velocidade do comboio.

- E. . . ?

De repente atingiu-me! O meu berlinde, para o pessoal que estava em terra, estava a deslocar-se a $145\,\mathtt{km\,h}^{-1}$. *E eu acabava de dizer que a força total sobre ele era nula!*

- Hummm, acho que me comeram a cabeça[1]. Será que ao segurar no berlinde e ao estar a andar a $145\,\mathtt{km\,h}^{-1}$ não estou a exercer uma força sobre ele?

- Pensa um pouco. Sentes alguma coisa diferente do que se estivesses a segurar o berlinde no teu quarto, em casa? Se o comboio, em vez de $145\,\mathtt{km\,h}^{-1}$, estivesse a andar a duzentos sentirias alguma coisa diferente na tua mão?

- Realmente, tem razão. Sinto exactamente o mesmo se estivesse parado em casa.

- É verdade. Enquanto o comboio não mudar de velocidade tudo se passa aqui dentro como se estivesses em tua casa. Se deixares cair o berlinde ele cai aos teus pés, não à frente nem atrás; não precisas de especial cuidado para deitares água num copo; se atirares o berlinde para ar, na vertical, ele cai na tua mão. Repara que para uma pessoa fora do comboio a tua mão muda de sítio enquanto

[1]"Acho que fui enganado". (*nota do tradutor)*

o berlinde está no ar. Mas tu não precisas de te preocupar com isso, pois não? Claro se o comboio entrar numa curva, travar ou acelerar, ou balançar de um lado para o outro, tudo muda. Mas enquanto andar com velocidade constante, se não olhares lá para fora, nem notas que estás a andar.

Por isso, aqui dentro do comboio, um corpo sem forças aplicadas pode estar parado, exactamente como se estivesses na tua sala de estar. Mas, para quem está lá fora, está em movimento. Como vês, parece que a tua Prof. e o Newton, afinal, têm razão. As forças são necessárias para **alterar** o estado de movimento. Mas o movimento com velocidade constante não precisa de forças.

- Estou a ver. Então quando eu disse que se ninguém empurrar um corpo ele pára, estava a imaginar que, se ninguém o empurrava, não havia forças sobre ele. Mas estava errado. Há forças, como o atrito da mesa, só que não tão evidentes como os empurrões que nós damos. E é por causa dessa forças que os corpos páram. De outro modo continuariam em movimento.

- Ora nem mais! Compreendes agora?

- Vou pensar nisso.

E de facto pensei; mas não muito. Estas coisas profundas fazem-me dor de cabeça...

Capítulo 4

Leis de Newton

4.1 Um livro muito importante

Em 1687, Isaac Newton, professor de matemática da Universidade de Cambridge, na cátedra que hoje é ocupada por Stephen Hawking, publicou o que muitos consideram o mais importante livro científico da história da Humanidade: *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica,* ou, como é universalmente conhecido, os *Principia.*

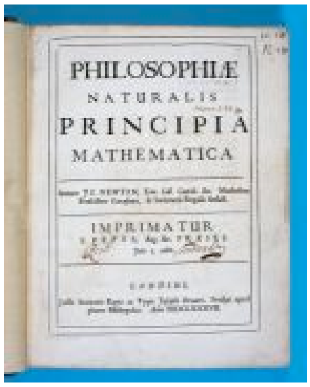


Figura 4.1: Página de título do exemplar 80 dos *Principia* de Newton.[2]

Neste livro, escrito em latim (a primeira tradução para inglês data de 1729), Newton apresentou os resultados da sua investigação sobre movimento, na forma de três leis de aplicação universal a qualquer tipo de movimento, quer na Terra quer no Céu.

Quais são, então, as três leis de Newton? Só é precisa meia página para as escrever.

Primeira Lei

> Na ausência de forças exteriores, um corpo em repouso mantém-se em repouso, e um corpo em movimento mantém o seu estado de movimento, com velocidade constante em direcção, sentido e módulo.

Segunda Lei

> Um corpo actuado por uma força externa, $\vec{F}$, tem uma aceleração, $\vec{a}$, na mesma direcção e sentido da força, de

> módulo proporcional ao módulo da força. A constante de proporcionalidade é a massa do corpo (uma grandeza sempre positiva). Isto é,
>
> $$\vec{F} = m\vec{a} \tag{4.1}$$

Terceira Lei

> Para toda a acção (força) de um corpo A sobre um corpo B, existe uma reacção (força) de B sobre A oposta (mesmo módulo, mesma direcção e sentido contrário).

Galileu já tinha formulado a primeira lei chamando-lhe **lei da inércia**:

▷ Lei da inércia

> Um corpo não altera o seu estado de movimento a não ser que seja actuado por causas exteriores.

Galileu chamou inércia a esta resistência de um corpo à alteração do seu estado de movimento. De acordo com a segunda lei, quanto maior é a massa, m, mais difícil é alterar o estado de movimento: maior tem que ser a força para a mesma aceleração. A massa newtoniana quantifica o conceito de inércia de Galileu.

Por que é que estas leis são tão importantes?

Porque, complementadas pelo conhecimento das forças que os corpos exercem uns sobre os outros, permitem o cálculo de **qualquer** tipo de movimento.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

▷ Lei da Gravitação Universal.

Os *Principia* incluem também a formulação da lei que rege uma das forças fundamentais da Natureza, a Gravitação Universal. Newton mostrou como as órbitas dos planetas ou dos cometas se podiam deduzir matematicamente das suas três leis de movimento e da lei da Gravitação; explicou as variações da órbita da Lua devido à atracção do Sol; a precessão (variação de orientação) do eixo de rotação da Terra; a periodicidade e variações das marés.

Um dos sucessos mais espectulares da teoria newtoniana foi a descoberta do planeta Neptuno em 1846. A órbita de Urano mostrava desvios relativamente aos cálculos da teoria newtoniana. John Adams e Urbain Le Verrier, de modo independente e quase simultâneo, propuseram que esses desvios se deviam à existência de um planeta até então desconhecido, cuja atracção gravítica causava os

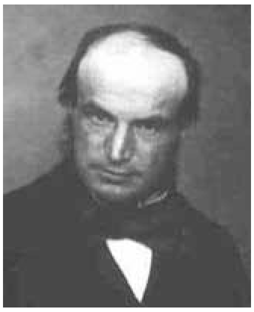
 

Figura 4.2: Urbain Le Verrier (1881-1877) e John C. Adams (1819-1892) previram teoricamente a existência do planeta Neptuno, a partir dos desvios da órbita de Urano relativamente às previsões da teoria newtoniana. O astrónomo George Airy, do Observatório de Greenwhich, ignorou as previsões de Adams. Le Galle, em Berlim, seguiu as indicações de Le Verrier e foi o primeiro a observar Neptuno ao telescópio. [3].

desvios da órbita de Urano. Usando a teoria newtoniana, determinaram a órbita desse planeta. Le Verrier passou os seus cálculos ao director do Observatório de Berlim que, em menos de uma hora, observou pela primeira vez o planeta Neptuno ao telescópio.

4.1.1 Como se demonstram as leis de Newton?

No passado, em tempos em que a ciência gozava de maior prestígio entre os jovens, um "facto científicamente provado" era considerado irrefutável. Invocar esta qualidade para um facto em disputa era um modo garantido de "matar" uma discussão.

Na verdade, não existe nenhuma demonstração ou prova, no sentido matemático, das leis de Newton ou de qualquer outra lei física. Newton não deduziu as suas leis de qualquer observação.

O trabalho científico tem alguma semelhança com o trabalho de um detective. Newton encontrou pistas nas observações astronómicas, nos trabalhos de Galileu e nas suas próprias obervações sobre o movimento. Com estas pistas intuiu a forma da leis de movimento e explorou as suas consequências. Por cada previsão confirmada, a sua confiança nas leis que formulou cresceu. Este processo continuou por várias gerações. As leis de Newton são hoje usadas para planificar as viagens das sondas espaciais, para fazer previsões metereológicas, para descrever os movimentos de fluidos, para compreender o comportamento mecânico dos materiais, para prever os movimentos das pontes e outras estruturas, para explicar a forma e movimentos das galáxias, incluindo colisões entre elas,

■ Isaac Newton ■

Isaac Newton (1643-1727)

Nascido em 1643, em Woolsthorpe, Inglaterra, Isaac Newton é um dos dois mais sérios candidatos ao título de físico mais influente da história da humanidade. O segundo é Albert Einstein.
Na sua obra mais importante, os *Principia,* Newton não se limitou a apresentar um conjunto completo de leis aplicáveis a qualquer tipo de movimento, terrestre ou celeste. Também deu consistência e conteúdo a uma visão de um Universo regido por leis matemáticas, evoluindo de uma maneira determinada, à semelhança de um mecanismo perfeito.
Embora as ideias de Newton tenham sido modificadas pela Teorias da Relatividade e Gravitação de Einstein e, de um modo mais radical, pela Mecânica Quântica, a gama de fenómenos que podem ser abordados nos termos da teoria newtoniana é tão vasta, que ela faz parte permanente do corpo de conhecimentos científicos. Ainda hoje, qualquer estudo sério de Física começa, invariavelmente, pela mecânica de Newton.
Além dos trabalhos publicados nos *Principia*, Newton deu contribuições fundamentais em óptica e matemática, sendo considerado, com Leibniz, inventor do cálculo infinitesimal. Descobriu a composição espectral da luz branca e inventou o telescópio reflector.
A sua vida foi marcada por disputas acrimoniosas sobre prioridade nas suas descobertas, com Hooke, Huygens e Leibniz, nas quais alguns procedimentos de Newton foram altamente criticáveis[a]. Faleceu em 1727 e o seu epitáfio dizia:

Aquele, que por vigor de mente quase divina, primeiro demonstrou os movimentos e figuras dos planetas, os caminhos dos cometas e as marés dos oceanos.

[a]Na disputa com Leibniz, sobre a invenção do Cálculo Infinitesimal, Newton, como Presidente da Royal Society, nomeou uma comissão independente. O próprio Newton (anonimamente) redigiu o respectivo relatório e *um artigo de apreciação crítica sobre o relatório!*

Caixa 4.1: Isaac Newton

para calcular o movimento das cargas do vento solar no campo magnético da Terra, *etc.*, *etc.*, *etc.*. A lista é interminável: no trabalho em ciência e tecnologia as leis de Newton estão sempre por perto.

Como podemos nós compreender as leis de Newton? Do mesmo modo que o próprio Newton e as várias gerações de físicos que se lhe seguiram: aplicando-as na análise de situações concretas. Esta é a única maneira possível de compreender a mecânica newtoniana. Aprender Física é como aprender a andar de bicicleta. Só se aprende fazendo. Do mesmo modo que ninguém aprende a andar de bicicleta assistindo a aulas sobre a posição correcta a adoptar e a maneira de dar aos pedais, ninguém aprende mecânica newtoniana decorando com muito cuidado as suas leis fundamentais. Compreender as leis é saber aplicá-las em situações concretas.

Assim, voltaremos a considerar alguns dos movimentos estudados no capítulo 2 e duas novas actividades experimentais. No próximo capítulo falaremos da lei da Gravitação Universal e do movimento dos planetas.

▷ Actividades 4.1 e 4.2.

As leis de Newton são também importantes para compreender situações da vida corrente, não apenas as situações controladas de um laboratório. O diálogo do capítulo precedente mostra isso mesmo. Frequentemente, as nossas intuições imediatas sobre forças e movimentos não estão de acordo com as leis da mecânica newtoniana. Não vemos corpos manterem-se em movimento indefinidamente (primeira lei); quem já enfrentou um matulão com o dobro do tamanho tem dificuldade em acreditar que a força que pode exercer sobre nós não é maior que a que podemos exercer sobre ele (terceira lei).

A verdade é que a experiência imediata dos nossos sentidos é muito limitada. Vivemos amarrados pelo peso à superfície da Terra, não sobrevivemos fora de um meio gasoso e os nossos sentidos estão limitados a janelas temporais e espaciais muito estreitas: se olharmos para um relógio, não detectamos o movimento do ponteiro da horas (ou mesmo dos minutos) e qualquer objecto de dimensões inferiores a cerca de 0,1 mm é invisível à vista desarmada. Contudo, mesmo neste contexto limitado, uma observação cuidadosa e uma reflexão crítica sobre o conjunto da nossa experiência quotidiana, só encontra uma explicação consistente e coerente no âmbito da mecânica newtoniana. Neste capítulo, iremos também reflectir um pouco sobre situações correntes em que a descrição da mecânica newtoniana tem aspectos surpreendentes.

4.1.1.1

4.2 Leis de Newton em acção

4.2.1 O conceito de força

As três leis de movimento de Newton mencionam o conceito de força. A Lei da Gravitação Universal é uma lei de força.

Há dois aspectos fundamentais no conceito de força da teoria newtoniana:

a) O movimento dos corpos é influenciado pela presença de outros corpos, e esta influência manifesta-se na forma de forças: isto é, uma força é sempre exercida **sobre** um corpo e é sempre devida à existência de outro corpo.

Se, acidentalmente, corrermos contra um poste, fazemos uma verificação dolorosa desta afirmação: o poste exerce a força, esta é exercida sobre o nosso corpo e o nosso movimento é claramente afectado.

Na linguagem da Física estas influências mútuas chamam-se **interacções:**

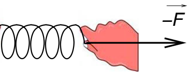
i) a atracção entre cargas de sinais opostos, ou a repulsão entre cargas do mesmo sinal, é uma **interacção eléctrica.**

ii) a atracção gravítica entre o Sol e a Terra é uma **interacção gravítica**.

Na teoria newtoniana as interacções são definidas pelas forças a que dão origem.

b) Forças são vectores, isto é, têm direcção sentido e módulo e somam-se como vectores.

Quando atiramos uma pedra, podemos fazê-lo em qualquer direcção ou sentido; podemos também variar a intensidade com que o fazemos, projectando a pedra a maior ou menor distância. Por outras palavras, podemos variar a direcção, o sentido e a intensidade da força que aplicamos à pedra. Mas ao dizer que as forças são vectores estamos também a afirmar que se somam como vectores.



3: As forças
como vectores.
igual
le e direcção e
postos têm
nula.

O seguinte exemplo é útil para esclarecer este ponto. Suponhamos que pegamos numa mola com as mãos e a distendemos. Nas extremidades da mola estão aplicadas duas forças com a mesma direcção e sentidos opostos. Para que a mola não se desloque, nem para a esquerda nem para a direita, as duas forças têm que ter a mesma intensidade. Se as representarmos por vectores, estes terão uma soma vectorial nula: o efeito das duas forças no movimento global (de translação) da mola é o mesmo que o da sua soma vectorial: nenhum. A soma vectorial das várias forças que actuam num corpo, designa-se por **resultante**[1].

▷ Actividade 4.3

Em resumo:

- as forças têm origem nas interacções entre corpos;
- as forças são vectores;
- a soma vectorial das forças que actuam num corpo chama-se **resultante**. A força a que se refere a segunda lei é a resultante das forças que actuam no corpo.

4.2.2 Movimentos estudados no Capítulo 2

Nas actividades do Capítulo 2 analisámos em pormenor movimentos simples em diferentes circunstâncias:

- um carro em movimento numa calha horizontal ou inclinada (actividade A18);
- uma esfera largada de uma certa altura (actividade A19);
- uma esfera lançada obliquamente (actividade A21).

Medimos velocidades e acelerações. Poderemos compreender as nossas observações em termos das leis de Newton?

4.2.2.1 Forças num carro em movimento numa calha.

Quais são as forças exercidas sobre um carro pousado numa calha? Já agora, quais são as forças exercidas sobre um objecto pousado numa superfície sólida e plana?

[1] Nem todos os efeitos de um conjunto de forças são equivalentes ao da força resultante. Neste exemplo, a resultante é nula mas a mola deforma-se por acção das forças aplicadas. Se não houver forças aplicadas à mola, ela mantém o seu comprimento de equilíbrio.

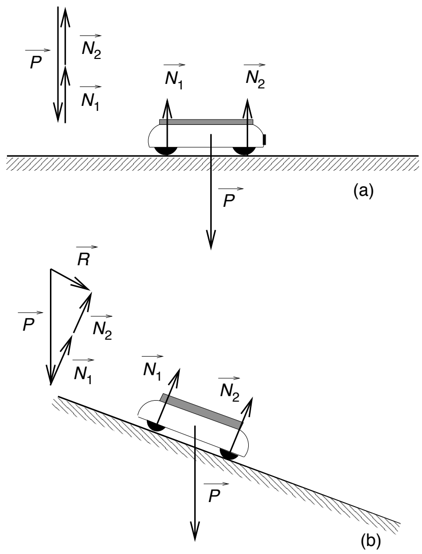


Figura 4.4: Forças sobre um carro em cima de uma superfície sólida. Note-se que só representámos as forças exercidas sobre o carro, não as exercidas sobre a superfície. O facto de o carro não penetrar nem descolar da superfície significa que a resultante, $\vec{R}$, é nula (a) ou paralela à superfície (b).

Quer a superfície esteja horizontal quer esteja inclinada, há uma coisa que sabemos: o corpo não descola espontaneamente da superfície nem se afunda nela: quando muito, desloca-se numa direcção paralela à superfície. Isto significa que a resultante das forças exercidas sobre o corpo tem componente nula na direcção perpendicular à superfície.

Por outras palavras: se houver uma força externa sobre o objecto, com uma componente dirigida para dentro da superfície, como por exemplo o peso, haverá uma força da superfície sobre o objecto que cancela essa componente.

> **Questão:** No diálogo do capítulo anterior este argumento é usado pelo tio de P. Em que local e a que propósito?

Qual é a origem desta força?

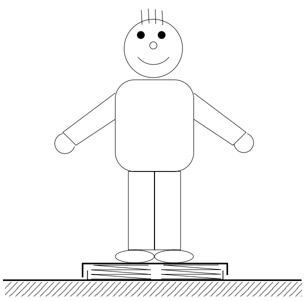
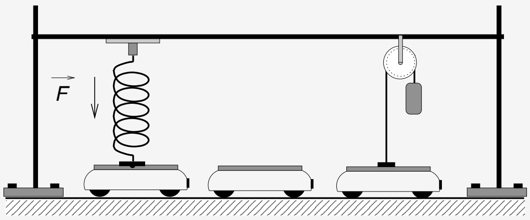


Figura 4.5: As molas deformadas exercem sobre o homem uma força que cancela o efeito do seu peso.

Pensemos no que acontece quando subimos para uma balança. A superfície da balança é suportada por molas deformáveis. Connosco em cima da balança, as molas são comprimidas até que as forças exercidas sobre os nossos pés igualem, em módulo, o nosso peso. A leitura da escala da balança é proporcional à deformação. Do mesmo modo, pousar um corpo sobre uma superfície sólida, ou

■ Forças de reacção ■

Quando pousamos um objecto sobre uma mesa temos uma acção, o peso do corpo $\vec{P}$, e a reacção normal da mesa, $\vec{N}$. Pela terceira lei de Newton estas duas forças são opostas. Certo?
Errado! Este é um erro bastante comum de aplicação da terceira lei.
Primeiro: repare-se que as forças de acção e reacção referidas na terceira lei são forças exercidas em corpos diferentes: o peso, $\vec{P}$, e a reacção normal da mesa, $\vec{N}$, são exercidas no mesmo corpo.
Segundo: A reacção normal da mesa nem sempre é igual em módulo ao peso. O exemplo da figura (ver problema 4.1) permite perceber isso mesmo. A superfície suporta cada um dos carros com forças diferentes[a]. O que é igual em módulo à reacção normal da mesa sobre cada carro, $\vec{N}$, é a *força exercida por cada carro sobre a mesa*. Só no caso do meio essa força é igual ao peso. A mesa reage à força que sobre ela é exercida por cada carro, com uma força $\vec{N}$, exercida sobre o carro, igual, em módulo.



Claro que a força exercida pelo corpo sobre a mesa tem origem na força externa exercida sobre o corpo. A Terra puxa o corpo: este, por sua vez, empurra a mesa (acção); a mesa suporta o corpo com uma força oposta a esta (reacção).
Mencionámos três forças. Peso, acção do corpo sobre a mesa e reacção desta sobre o corpo. Onde está o par acção–reacção do peso do corpo? Sobre que corpo é exercida?

[a] Não estamos a considerar as forças entre as bases do suporte e a mesa.

Caixa 4.2: Forças exercidas por superfícies.

■ Deformações de estruturas ■

A maior parte das pessoas fica surpreendida por saber que uma estrutura tem que se deformar para sustentar qualquer carga. Quando entramos numa ponte esta exerce sobre nós uma força vertical que cancela o nosso peso. Essa força não existia antes de entrarmos na ponte. Mas não surge por magia. Surge porque a carga deforma a estrutura e esta responde com forças proporcionais à deformação, à semelhança de uma mola. Os engenheiros civis têm que manter vigilância sobre estas deformações para assegurar a segurança das estruturas.

Recentemente o grupo de investigação da Unidade de Optoelectrónica do INESC-Porto e do Departamento de Física da Faculdade de Ciências, Universidade do Porto, desenvolveu dispositivos baseados em fibra óptica capazes de medir a deformação causada pela passagem de uma só pessoa numa ponte como a D. Luís, no Douro.

Caixa 4.3: As cargas deformam as estruturas.

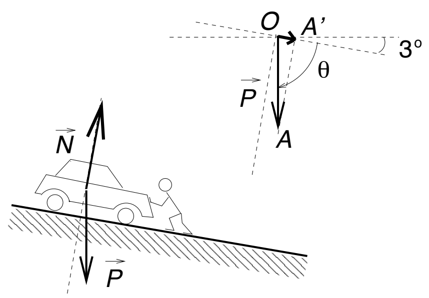


Figura 4.6: Que força é necessária para que o carro não deslize?

pressioná-la de qualquer modo, origina uma deformação e dessa deformação resulta a força que sustenta o corpo: quanto maior a carga, maior a deformação e maior a força exercida pela superfície. Em muitas situações correntes essa deformação é tão pequena que pode ser ignorada; mas, se a carga for excessiva, a superfície pode ceder e deixar de suportar o objecto.

Se a superfície não for horizontal, o peso tem uma componente normal e uma componente paralela à superfície (Fig. 4.4). Só a primeira é anulada pela reacção da superfície: a resultante do peso e da reacção normal da mesa terá uma direcção paralela à superfície.

Exercício: Um condutor imprevidente, esqueceu-se de travar o carro numa rampa com inclinação de 3º. Que força necessita exercer para impedir o carro de deslizar ? A massa do carro é 1200 kg (ignorar forças de atrito).

Solução: O peso do carro tem uma componente perpendicular à superfície que é anulada pela reacção normal da mesma. Mas a componente do peso paralela ao solo, $\vec{OA'}$, tem que ser anulada pela força exercida pelo condutor. Como o triângulo OAA' é rectângulo, a razão $\|\vec{OA'}\|$ dividida por $\|\vec{P}\|$, é o cosseno do ângulo $\theta = 90 - 3 = 87^{\text{o}}$. Assim,

$$\|OA'\| = \|\vec{P}\| \cos(87^{\text{o}}) = 1200 \times 9{,}8 \times 0,052 = 615\,\texttt{N}.$$

Esta força é o peso de um corpo de massa $m \approx 63\,\texttt{kg}$.

Se são estas as forças, que movimentos podemos então observar?

4.2.2.2 Calha horizontal

No caso do carro numa calha horizontal (Actividade A18) há duas forças actuando sobre o carro: o seu peso e a reacção normal da calha. Estas forças cancelam-se e, se o carro estiver em repouso, mantém-se em repouso: primeira lei de Newton.

> Para movimentar o carro damos-lhe um pequeno empurrão.

É preciso uma causa externa para alterar o estado de movimento: primeira lei. Mas esta força cessa de ser aplicada quando a nossa mão perde o contacto com o carro: as forças resultam das interacções entre os corpos.

> O carro mantém-se em movimento após terminar a interacção (o nosso empurrão).

De novo, a primeira lei a funcionar: o facto de a força externa cessar não implica que o carro páre. Implica apenas que a velocidade deixe de variar.

Contudo, se olharmos com atenção para os resultados de medição de posição, nesta situação (Fig. 4.7), vemos que a velocidade está a diminuir, embora lentamente: O gráfico de $x(t)$ tem uma pequena curvatura negativa: o movimento não é exactamente uniforme.

Isso significa que a reacção normal da calha não é a única força, além do peso, a actuar no carro. Deve existir uma força paralela ao plano da calha. Discutiremos este ponto um pouco mais à frente.

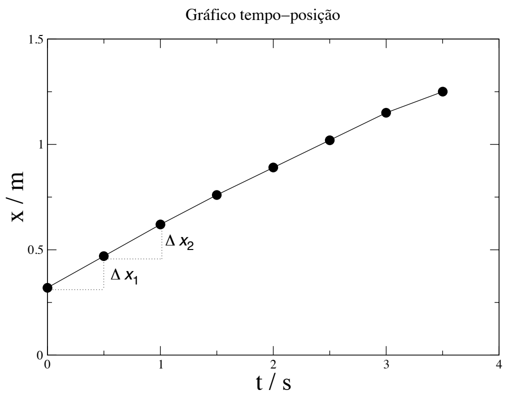


Figura 4.7: Gráfico de $x(t)$ para um carro sobre uma calha horizontal. Para um movimento uniforme, o gráfico seria uma linha recta. Estes resultados mostram uma ligeira curvatura negativa, ou seja, uma diminuição da velocidade devida ao atrito. Os dados são os pontos: a linha é apenas uma ajuda de visualização.

4.2.2.3 Calha inclinada

> Neste caso, se largarmos o carro, ele desliza pela calha abaixo.

Bom, isso só pode significar que o peso do carro e a força exercida pela calha não dão resultante nula: dão uma resultante com direcção da calha e sentido descendente. Doutro modo, pela primeira lei, o estado de repouso ou movimento não se alteraria.

Para uma calha inclinada, o peso tem uma componente paralela à superfície da calha, que não é cancelada pela reacção normal da calha (ver figura 4.4 da página 24). Se há um força exercida sobre o carro o movimento deve ser variado. De facto,

> este movimento tem uma aceleração constante.

A figura 4.8 mostra, para este movimento, um gráfico de velocidade em função do tempo: a variação linear da velocidade em função do tempo corresponde a uma aceleração constante.

> **Exercício**: A aceleração registada no gráfico da figura 4.8 é
>
> $$a = -0{,}06\,\mathtt{m}\,\mathtt{s}^{-2}.$$
>
> Qual foi a inclinação da calha (ignorando forças de atrito)?
>
> **Solução**: Sendo θ o ângulo entre a calha e a horizontal, a direcção do peso (vertical) faz também um ângulo θ com

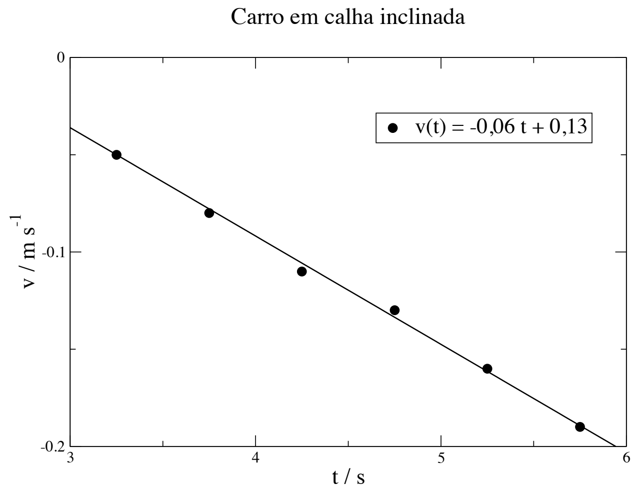


Figura 4.8: Gráfico de tempo-velocidade para movimento numa calha linear inclinada (Actividade A18). Os pontos são os dados experimentais, a linha é um ajuste linear.

a direcção perpendicular à calha, BC. O triângulo ABC é rectângulo e $\|\vec{P}_{\|}\|$ é o cateto oposto a θ; $\|\vec{P}\|$ é a hipotenusa. Logo,

$$\frac{\|\vec{P}_{\|}\|}{\|\vec{P}\|} = \mathrm{sen}\theta,$$

ou seja:

$$\|\vec{P}_{\|}\| = mg\mathrm{sen}\theta.$$

Pela segunda lei de Newton, a aceleração do carro deve ser

$$a = \frac{mg\mathrm{sen}\theta}{m} = g\mathrm{sen}\theta$$

Usando $g = 9{,}8\,\mathtt{m\,s}^{-2}$,

$$\mathrm{sen}\theta = \frac{0{,}06}{9{,}8} = 0{,}006.$$

O ângulo correspondente é inferior a um grau:

$$\theta = 0{,}35^{\text{o}}.$$

Na realidade, a inclinação foi superior a este valor. A aceleração correspondente deveria ser superior. O que poderá explicar um valor tão baixo da aceleração? (ver à frente).

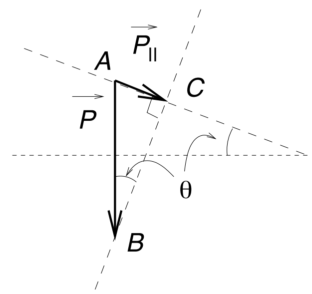


Figura 4.9: A coordenada do peso paralela à calha é $mg\mathrm{sen}\theta$.

4.2.2.4 Carro puxado por massa em queda

Na actividade 4.1 propõe-se uma experiência baseada na montagem da figura 4.10.

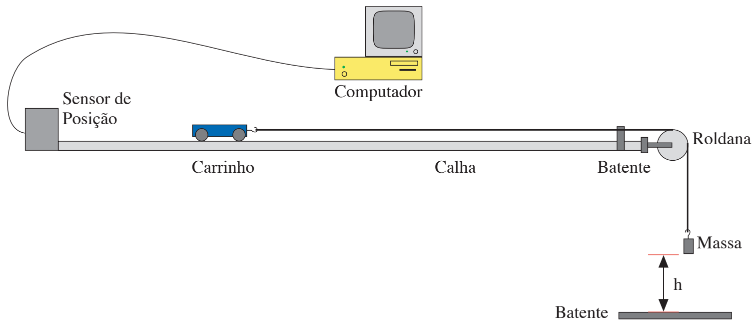


Figura 4.10: O carro é puxado enquanto a massa cai; deixa de ser puxado quando ela atinge o batente. Que tipo de movimento tem o carro?

▷ Actividade 4.1

A calha está colocada na horizontal. Enquanto a massa suspensa cai, o carro é puxado pelo fio que a suspende. Quando a massa suspensa atinge o batente, o carro deixa de ser puxado.

Que tipo de movimento vai ter o carro? Como vai ser o gráfico de velocidade em função do tempo? O que acontece quando se varia a distância de queda até ao batente? Antes de realizar esta actividade é muito importante reflectir sobre o que dizem as leis de Newton sobre o movimento do carro e tentar antecipar os resultados.

4.2.3 Forças de atrito

Há alguns detalhes das experiências do carro sobre a calha que ainda ficaram por explicar:

- O movimento na calha horizontal é **quase** uniforme. Isto é visível nas actividades A18 e na actividade 4.1, referida na secção anterior. Se apenas existissem o peso e a reacção normal da calha, o movimento deveria ser uniforme (sem "quase").

- A inclinação que calculámos no exercício da página 28 é inferior à inclinação real da calha (cerca de 1º). A aceleração é menor do que esperávamos.

Esta situação é muito vulgar em Física. Dispomos de uma representação aproximada da situação, mas há pormenores que não são bem representados. Compensa sempre prestar atenção a estes pormenores.

Material 1	Material 2	Estático	Dinâmico
Cobre	Cobre	1,21	—
Vidro	Vidro	$0{,}9 \sim 1{,}0$	0,4
Grafite	Grafite	0,1	—
Teflon	Teflon	0,04	—
Borracha	Asfalto(seco)	$0{,}5 \sim 0{,}8$	—
Borracha	Asfalto(molh.)	$0{,}25 \sim 0{,}075$	—
Alumínio	Alumínio	$1{,}05 \sim 1{,}35$	1,4

Tabela 4.1: Coeficientes de atrito entre algumas substâncias (superfícies secas). Estes valores são extremamente sensíveis às condições das superfícies.

Estas discrepâncias resultam, provavelmente, da existência de forças de atrito.

O fenómeno do atrito é extremamente complexo e a explicação em termos microscópicos, a partir das forças entre átomos, ainda hoje é assunto de investigação. A **lei empírica** de Amonton-Coulomb descreve razoavelmente o fenómeno, na situação de duas superfícies sólidas em contacto (ver caixa 4.4 da página 32). Infelizmente, a discussão do atrito em situações em que há rolamento, como no caso dos carros sobre a calha, é muito mais complexa e não podemos fazê-la aqui. Deixamos apenas algumas indicações.

▷ **Lei empírica**: uma lei descoberta a partir de observações experimentais, mas cuja explicação em termos de leis fundamentais da Física pode não ser conhecida.

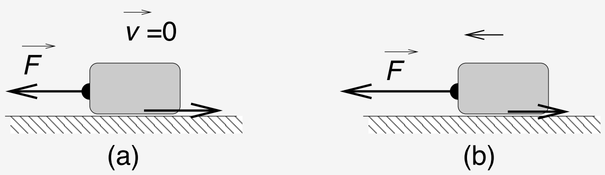
No caso de um carro a rolar livremente sobre uma calha horizontal as forças de atrito das rodas com a calha vão ter o sentido oposto à velocidade do carro. O carro acaba por parar. Daí a ligeira aceleração negativa evidente na figura 4.7 da página 28.

No caso da calha inclinada é esclarecedor olhar para o resultado completo da experiência (Actividade A18). O carro foi lançado da parte mais baixa da calha, subiu até um certo ponto, parou e começou a descer para a posição inicial. Anteriormente mostrámos apenas a parte descendente do movimento (Fig. 4.8). A figura 4.12 mostra o gráfico completo da velocidade em função do tempo. O módulo da aceleração (declive do gráfico) é quase o dobro na subida (velocidade positiva) do da descida (velocidade negativa). Se a resultante das forças sobre o carro fosse a componente do peso paralela à calha, a aceleração deveria ser a mesma na subida e na descida.

Na subida, a componente do peso paralela à calha, $\vec{P}_{\|}$, retarda o movimento (sentido oposto ao da velocidade); as forças de atrito

■ Lei de Amonton-Coulomb ■

Apesar da complexidade do fenómeno de atrito, a lei de Amonton-Coulomb descreve satisfatóriamente a força de atrito entre superfícies sólidas.



Se a intensidade da força exterior, $\|\vec{F}\|$, for inferior a μN, a força de atrito anula a força exterior e o corpo não se desloca. Se $\|\vec{F}\| > \mu N$, o corpo move-se e a força de atrito tem módulo $\mu_d N$.

Consideremos um corpo com uma base plana em contacto com uma superfície também plana. Se tentarmos deslocar o corpo, exercendo uma força paralela à superfície, a superfície exerce sobre o corpo uma força oposta à exercida externamente, de modo a que a resultante seja nula. Mas isto só é possível para forças de intensidade abaixo de um certo limite. Esse limite é dado pela expressão:

$$F_a = \mu N$$

em que N é o módulo da força normal exercida pelo corpo sobre a superfície e μ o coeficente de atrito estático. É importante notar que μN não é o valor da força de atrito; é o valor **máximo** que a força de atrito pode ter numa situação estática.
Se a força aplicada externamente for superior a μN, o corpo desloca-se sobre a superfície. Havendo movimento entre as superfícies, o valor da força de atrito passa a ser

$$F'_a = \mu_d N$$

em que μ_d, o coeficiente de atrito dinâmico, é diferente, em geral menor, que μ.
Os coeficientes de atrito dependem dos materiais das superfícies em contacto, do seu grau de limpeza e polimento, do estado de oxidação, do grau de contaminação, da existência de líquidos lubrificantes, *etc*. A. tabela 4.1 da página 31 indica alguns valores. Em situações em que há rolamento, como no caso dos carros das nossas experiências, o atrito é um fenómeno ainda mais complexo, que não vamos discutir em pormenor.

Caixa 4.4: A força de atrito entre superfícies sólidas.

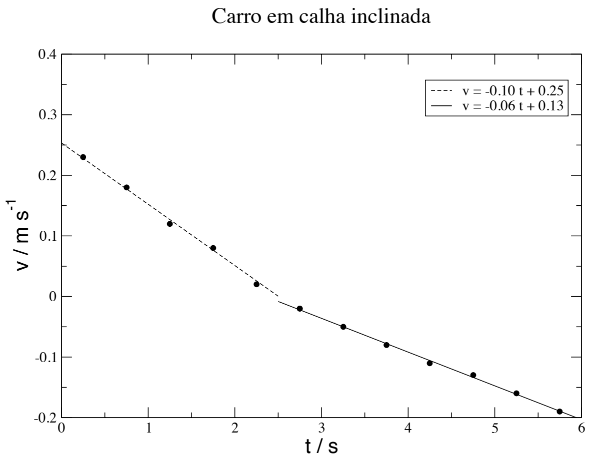


Figura 4.12: A aceleração do carro ao subir a calha ($v > 0$) é superior em módulo à aceleração quando desce ($v < 0$). A componente do peso paralela à calha tem a mesma direcção nos dois casos, mas a força de atrito não.

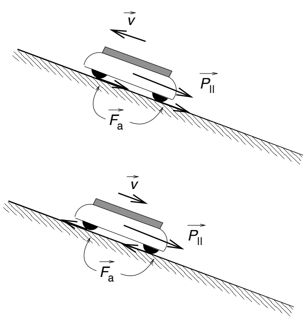


Figura 4.11: As forças de atrito têm sentidos opostos na subida e na descida.

têm o mesmo sentido que esta componente do peso. Na descida a componente do peso acelera o movimento (mesmo sentido que a velocidade) mas as forças de atrito retardam o movimento: ou seja, têm sentido oposto ao de $\vec{P}_{\|}$. É, pois, a existência das forças de atrito, com sentidos opostos na subida e descida, que explica que a força resultante e, portanto, a aceleração sejam diferentes nos dois casos. Em particular, na descida a aceleração real é menor do que a esperada se ignorássemos o atrito.

No entanto, é importante salientar, de novo, que o atrito em situações em que há rolamento exige uma análise muito cuidada. Mais à frente damos exemplos em que a força de atrito tem o sentido do deslocamento do corpo e faz aumentar a velocidade.

4.2.4 Queda livre

Nas actividades A19 e A21 estudámos a queda de uma esfera em duas situações:

- A esfera largada de uma certa altura (velocidade inicial nula), na actividade A19;
- a esfera lançada obliquamente (velocidade inicial diferente de zero), na actividade A21.

Para discutir estes movimento usamos um sistema de eixos com a orientação habitual: Ox horizontal e Oy vertical.

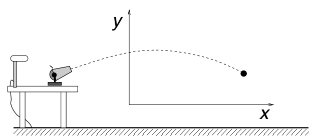


Figura 4.13: Escolha de eixos.

No primeiro caso só há movimento na direcção vertical (Oy).

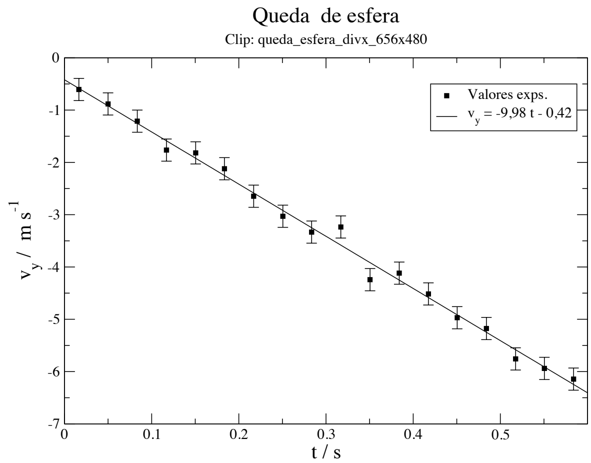


Figura 4.14: Resultados da análise do clip `queda_esfera_divx_656x480`

O gráfico da figura 4.14 mostra os resultados da análise de um movimento deste tipo. A variação no tempo de coordenada y da velocidade, v_y, é consistente com uma lei da forma

$$v_y(t) = -9{,}98t - 0{,}42\,(\mathtt{m\,s}^{-1}),$$

ou seja, uma aceleração constante:

$$a_y(t) = -9{,}98\,\mathtt{m\,s}^{-2}.$$

Este resultado está de acordo com o esperado da segunda lei de Newton. Este corpo cai sob a acção do seu peso: à superfície da Terra, o peso é dado por

$$\vec{P} = (0, -mg) = -mg\hat{\jmath},$$

que implica uma aceleração

$$\vec{a} = -\frac{\vec{P}}{m} = -g\hat{\jmath}.$$

O valor obtido nesta experiência para g foi de $9{,}98\,\mathtt{m\,s}^{-2}$, um valor relativamente próximo do valor conhecido da aceleração da gravidade de $9,8\,\mathtt{m\,s}^{-2}$.

> **Exercício**: Qual é a altura a que sobe um corpo lançado verticalmente com velocidade v_0? Quanto tempo demora a voltar à altura inicial?

Solução: Este exercício só é simples se ignorarmos a resistância do ar, o que é razoável para velocidades de alguns metros por segundo. Neste caso, o movimento é uniformemente variado, com aceleração $-g$, na direcção Oy (vertical ascendente). Assim,

$$v_y = v_0 - gt.$$

A velocidade diminui até ao valor zero, e depois torna-se negativa: o corpo inicia a descida. O ponto de altura máxima ocorre para $v_y = 0$:

$$v_0 - gt_1 = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{v_0}{g}.$$

A equação de movimento para a coordenada vertical é

$$y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2.$$

A altura máxima é atingida para $t = t_1$:

$$y_{max} = v_0 \times \frac{v_0}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0}{g} \right)^2 = \frac{v_0^2}{2g}$$

O corpo volta à altura inicial quando $y = 0$, ou seja,

$$0 = v_0 t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2,$$

o que dá

$$t_2 = 0$$

ou

$$t_2 = \frac{2v_0}{g} = 2t_1.$$

A solução que interessa é, obviamente, a segunda, já que a primeira corresponde ao instante de lançamento. Note-se que o tempo de subida e descida são iguais.

4.2.4.1 Movimento do projéctil

No caso da actividade A21, a esfera tem movimento segundo os dois eixos. Comecemos por recordar as conclusões do nosso estudo:

a) A aceleração tem uma direcção vertical Oy. Entre dois intervalos consecutivos o vector velocidade média tem uma coordenada horizontal constante (movimento uniforme segundo Ox) e uma **variação** da coordenada vertical negativa.

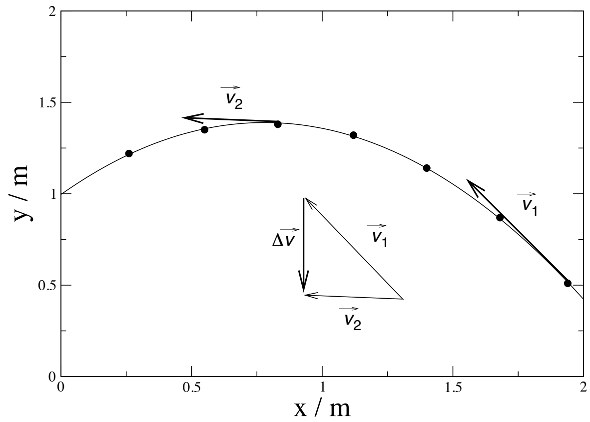


Figura 4.15: No movimento de um projéctil a variação do vector velocidade, $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v_1}$ é vertical.

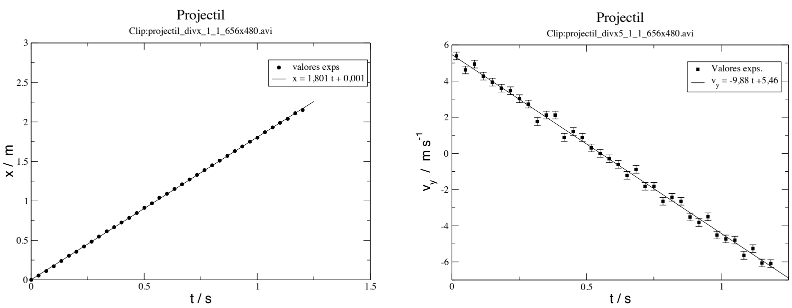


Figura 4.16: Coordenada horizontal, x, e coordenada vertical da velocidade, v_y, do movimento de uma esfera registado no clip `projectil_divx_1_1_656x480.avi`

b) A coordenada de posição $x(t)$ (eixo Ox, horizontal) corresponde a um movimento uniforme de velocidade constante:

$$x(t) = v_{x0}t + x_0;$$

o respectivo gráfico é uma recta (ver Fig. 4.16).

c) A coordenada vertical da velocidade $v_y(t)$ diminui no tempo, com uma aceleração negativa constante (ver Fig. 4.16):

$$v_y(t) = -at + v_{0y}.$$

O valor que se obtém para a aceleração a é o mesmo, à parte uma variação experimental inevitável, que no caso da queda livre.

De acordo com as leis de Newton, este corpo está sujeito exactamente à mesma força que no movimento de queda livre: uma força vertical descendente igual ao seu peso:

$$\vec{P} = -mg\hat{\mathbf{j}}.$$

Por que são tão diferentes os movimentos?

Nos dois casos em estudo a força é vertical, não tem componente horizontal. De acordo com a primeira lei de Newton, isso signica que o movimento da coordenada horizontal deve ser de velocidade **constante**, não necessariamente nula.

No caso da actividade A19, em que largamos a esfera de um estado de repouso, a sua velocidade inicial era nula: ambas as coordenadas, v_x e v_y, eram inicialmente zero. A primeira não variou, continuou nula, porque a força nessa direcção era nula. A segunda, v_y, variou por causa da força aplicada (peso). O movimento desenrola-se apenas na coordenada y, já que a coordenada x mantém o seu valor inicial ($v_x(t) = 0$).

Quando lançamos uma esfera obliquamente, como no caso da da actividade A21, a esfera tem uma velocidade inicial com duas coordenadas, v_x e v_y, não nulas. De acordo com a primeira lei, depois do lançamento, o movimento da coordenada x deve ser uniforme, porque o valor da força nessa direcção é nulo: o gráfico da esquerda na figura 4.16 confirma este resultado. O movimento da coordenada y deve ter a mesma aceleração que no movimento de queda livre. Representando as coordenadas verticais da velocidade, v_y, destes dois movimentos, no mesmo gráfico (Fig. 4.17) confirmamos isso mesmo: os gráficos só diferem no valor inicial da velocidade. No caso da queda o valor inicial é $v_y \approx 0$; no caso da esfera lançada o valor inicial é $v_y \approx 6\,\mathrm{m\,s^{-1}}$: a velocidade inicial tinha uma componente vertical ascendente.

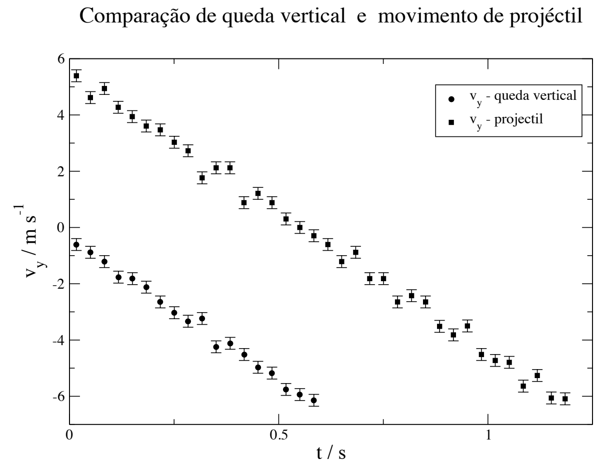


Figura 4.17: Coordenadas verticais da velocidade de uma esfera em queda vertical e em movimento parabólico. Dados obtidos dos clips `queda_esfera_divx_650x480` e `projectil_divx5_1_1650x480`.

4.2.5 Leis de Newton e condições iniciais

Os exemplos precedentes tornam clara uma distinção fundamental:

a) leis de movimento;

b) condições iniciais;

As leis de Newton apenas permitem o cálculo das acelerações, a partir do conhecimento das forças (segunda lei). Ou seja, só dizem como **varia** a velocidade no tempo. Para calcular um movimento, determinando a velocidade e a posição em função do tempo, precisamos de saber os valores de velocidade e posição num dado instante: **as condições iniciais.**

O caso da queda vertical e do movimento do projéctil discutidos na secção anterior tornam esta distinção muito clara. As forças são as mesmas, as acelerações são as mesmas e a velocidade **varia da mesma maneira.** Os movimentos, contudo, são distintos porque têm condições iniciais diferentes. As leis de movimento **não determinam as condições iniciais.**

4.2.6 Resumo

Nesta secção analisámos vários movimentos estudados no capítulo 2:

- um carro em movimento numa calha horizontal ou inclinada (actividade A18);
- uma esfera largada de uma certa altura (actividade A19);
- uma esfera lançada obliquamente (actividade A21).

Medindo a posição em função do tempo, com sensores de movimento e registos de vídeo, pudémos calcular velocidades e acelerações. Em todos estes casos, interpretámos, com sucesso, as nossas observações em termos das leis de Newton, invocando a existência de algumas forças:

- o peso;
- forças de reacção normal de superfícies sólidas;
- forças de atrito.

Até ao fim deste capítulo vamos continuar a aplicar as leis de Newton, agora em contextos menos controlados do que as situações de laboratório analisadas até ao momento.

4.3 Surpresas

4.3.1 Forças impulsivas

Um anúncio de televisão recente afirmava que uma criança, viajando num automóvel a $60\,\mathrm{km\,h^{-1}}$, sem cinto de segurança, é projectada sobre os ocupantes da frente, em caso de acidente, exercendo sobre eles uma força da ordem de duas toneladas. Um peso de massa $1\,\mathrm{kg}$, pousado em cima de um pé, é perfeitamente suportável; mas se cair de um metro de altura, provavelmente, partirá alguns ossos.

Estes fenómenos de impacte envolvem forças impulsivas, isto é, forças que actuam durante intervalos de tempo muito curtos. Que nos podem dizer as leis de Newton sobre esta forças? Como podemos estimar o seu valor?

Os fenómenos que ocorrem num evento tão violento como uma colisão de dois automóveis são extremamente complexos e está fora de questão pensar em determinar as forças envolvidas. Para abordar estes efeitos vamos recorrer a **modelos.** Isto é representações simplificadas, aproximadas, que, não obstante, nos permitem obter alguma informação sobre o fenómeno.

4.3.1.1 Força sobre um bola de golfe.

Um golfista experiente, usando o taco apropriado para lançar a bola o mais longe possível, o *driver,* consegue velocidades da bola à saída do taco de cerca de $240\,\mathtt{km\,h}^{-1}$. Que força exerce a cabeça do taco sobre a bola?

Quando a cabeça do taco inicia o contacto a força é nula; depois cresce rapidamente, passa por um máximo, e volta a ser zero quando o taco perde contacto com a bola. Tudo isto ocorre num intervalo de tempo muito curto.

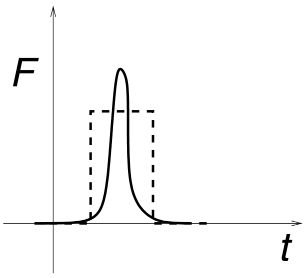


Figura 4.18: Um modelo para um força impulsiva.

O valor exacto da força em função do tempo depende das propriedades elásticas da bola e do taco, da velocidade de impacte, *etc.*. Para estudarmos este fenómeno, vamos usar um modelo em que a força é considerada constante durante o intervalo de tempo de contacto entre o taco e a bola.

Assim, no nosso modelo:

- antes do contacto a força é nula.
- Entre o instante de contacto, $t = 0$, e o instante em que a bola descola do taco, $t = \Delta t$, é exercida sobre a bola uma força de intensidade F. Neste intervalo a cabeça do taco e a bola deslocam-se de uma distância x_c.
- Para $t > \Delta t$ a força volta a ser nula.

De acordo com a segunda lei de Newton, podemos escrever

$$F = ma$$

em que m é a massa da bola de golfe, $m = 45\,\mathtt{g}$, e F e a são as coordenadas da força e aceleração, respectivamente, na direcção do movimento. Como a aceleração é constante, podemos substituí-la pela aceleração média:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

e obtemos

$$F\Delta t = m\Delta v. \tag{4.2}$$

O primeiro membro desta equação designa-se por **impulso da força.** A velocidade da bola antes do impacte é nula; terminado o impacte é $240\,\mathtt{km\,h}^{-1} = 67\,\mathtt{m\,s}^{-1}$. O impulso é

$$I = F\Delta t = 0{,}045 \times 67 = 3{,}0\,\mathtt{N\,s}. \tag{4.3}$$

Se a força for constante, o movimento da bola durante o contacto é uniformemente acelerado, com velocidade inicial nula. Então, o deslocamento da bola durante o contacto é dado por:

$$x_c = \frac{1}{2}a\,(\Delta t)^2 = \frac{1}{2}\frac{F}{m}\,(\Delta t)^2 = \frac{1}{2}\frac{I}{m}\Delta t. \tag{4.4}$$

Fotografias de alta velocidade mostram que a bola de golfe se deforma, significativamente, durante o impacte do taco. É razoável estimar que o deslocamento x_c deve ser da ordem de grandeza do próprio diâmetro da bola, $d = 4{,}1\,\mathtt{cm}$. Suponhamos então que

$$x_c \approx \frac{d}{2}.$$

Usando este valor, na equação 4.4, o tempo de contacto vem:

$$\Delta t = \frac{2m}{I}x_c = \frac{2\times 0{,}045}{3,0}\times 0{,}021 = 0{,}0006\,\mathtt{s}.$$

Substituindo este tempo de contacto, inferior a $1\,\mathtt{ms}$, na equação 4.3, obtemos um força de

$$F = \frac{I}{\Delta t} = \frac{3{,}0}{6\times 10^{-4}} = 5000\,\mathtt{N},$$

que é mais de 10 000 vezes superior ao peso da bola ($0{,}44\,\mathtt{N}$)! Estes valores são semelhante a valores citados na literatura.

Este cálculo mostra a relação entre os valores da força e do intervalo de contacto. Para o mesmo impulso, isto é, para a mesma variação de velocidade (ver eq. 4.2), quanto menor for o intervalo de tempo, maior é a aceleração ($\Delta v/\Delta t$) e maior a força.

4.3.1.2 Força num colisão a $60\,\mathtt{km\,h}^{-1}$.

Voltemos agora ao caso do anúncio, referido acima. Como foi calculada a tal força de duas toneladas?

Para começar, o que é uma força de duas toneladas? Um tonelada são $1000\,\mathtt{kg}$, uma unidade de massa. A única interpretação possível é que seja a força correspondente ao peso de uma massa de $2000\,\mathtt{kg}$, ou seja,

$$F = 2000\times 9{,}8 = 19\,600\,\mathtt{N}.$$

Será este valor razoável? Que parâmetros entraram no seu cálculo?

Comecemos por notar que a projecção da criança para a frente resulta da primeira lei de Newton. Se o automóvel colide, diminuindo de velocidade repentinamente, os seus ocupantes continuarão a mover-se à velocidade que tinham se sobre eles não actuarem forças: primeira lei de Newton. Assim, uma criança sem cadeira de segurança, voará para a frente do carro (que parou devido à colisão) à velocidade a que o carro se deslocava antes da colisão.

O impulso necessário para a parar uma criança de 30 $\mathtt{kg}$ que se desloca a uma velocidade de 60 $\mathtt{km\,h}^{-1} = 16{,}7\,\mathtt{m\,s}^{-1}$ é

$$I = m\Delta v = 30 \times 16{,}7 = 500\,\mathtt{N\ \ s.}$$

Para obter um força de 19 600 $\mathtt{N}$ estamos a supor um tempo de paragem dado por:

$$\begin{aligned} F\Delta t &= 500\,\mathtt{N\,s} \\ \Delta t &= \frac{500}{19600} = 0{,}02\,\mathtt{s} \end{aligned}$$

Usando o nosso modelo de força constante, podemos estimar a distância de paragem: o movimento originado pela força impulsiva que pára a criança é uniformemente retardado:

$$x_c = v_0\Delta t + \frac{1}{2}a\left(\Delta t\right)^2$$

A velocidade inicial é $v_0 = 16{,}7\,\mathtt{m\,s}^{-1}$e a aceleração é dada pela segunda lei de Newton:

$$x_c = 16{,}7 \times 0{,}02 - \frac{1}{2} \times \frac{19600}{30} \times 0{,}02^2 = 0,20\,\mathtt{m}.$$

Estas escalas de tempo, da ordem do centésimo de segundo, e de distância, 20 $\mathtt{cm}$, parecem razoáveis para uma colisão automóvel. A força de 19 600 $\mathtt{N}$, não é exagerada.

Qual o efeito do cinto ou de um *air-bag?* O impulso requerido para parar os ocupantes do carro é sempre o mesmo, $I = m\Delta v$. Mas quanto mais tempo durar a interacção corrrespondente, Δt, e maior for a distância de paragem, x_c, menor será o valor da força necessária: menor serão as probabilidades de essa força causar danos pessoais. O cinto e o *air-bag* permitem uma paragem menos brusca, e um força menor.

4.3.2 O burro e a carroça

Eis um "paradoxo" clássico da terceira lei de Newton:

> Um burro pode exercer uma força ($\vec{F}$) sobre uma carroça. Mas, pela terceira lei, a carroça exerce sobre o burro uma força oposta ($-\vec{F}$). A força total no sistema tem resultante nula. Logo o burro não se pode pôr em movimento com a carroça! Ou a terceira lei é uma fantasia.

Figura 4.19: Se a força do burro na carroça é oposta da força da carroça sobre o burro, como se move o conjunto?

Para entender a falácia deste argumento convém imaginar o burro com um fato de astronauta, a flutuar com a carroça no espaço, longe da atracção gravítica de qualquer corpo celeste. Pode zurrar, galopar desesperadamente, mas o que não consegue, de modo nenhum, é pôr-se em movimento com a carroça. Pode até dar um coice na carroça e enviá-la numa dada direcção; a reacção da carroça fá-lo deslocar-se na direcção oposta até que os arreios que o amarram à carroça lhe recordem que os respectivos destinos estão ligados. Nem é preciso imaginar o burro no espaço: imagine-se o burro em patins e percebem-se as suas dificuldades.

Falta, é claro, um terceiro corpo nesta história: a Terra. Quando o burro põe a carroça em movimento, assenta os cascos no solo e empurra. A reacção do solo empurra o burro e a carroça na direcção oposta. Se estiver sobre patins não consegue exercer a força sobre o solo, e por isso não existe a reacção do solo que o impulsiona para a frente.

Este exemplo ilustra um aspecto muito importante da terceira lei:

> **Nenhum corpo se põe em movimento por si só, por acção de forças internas, apenas.**

A resultante das forças **internas** de um corpo, forças exercidas por partes do corpo noutras partes do mesmo corpo, é sempre zero. Tomemos um corpo com duas partes A e B. Se a parte A exerce uma força $\vec{F}$ sobre a parte B, esta reage com uma força $-\vec{F}$ sobre A. A força resultante sobre o conjunto, $A + B$, é $\vec{F} + \left(-\vec{F}\right) = 0$. Para alterar o estado de movimento global de um corpo é necessária um força externa, exercida por outro corpo.

Se assim não fosse, Newton e Galileu nunca teriam descoberto a primeira lei. Os movimentos que Newton discutiu e observou referem-se a corpos complexos formados por muitas partes (hoje diríamos muitos átomos). Se as forças internas não se cancelassem, um corpo poderia ficar sujeito a uma resultante nula e acelerar espontaneamente, *sem acção externa nenhuma*!

Quer isto dizer que a força que faz acelerar um carro não é exercida pelo respectivo motor?

Exactamente! O motor faz parte do automóvel, desloca-se com ele, e, portanto, não pode ser uma força exercida pelo motor que acelera o automóvel! Absurdo? Imagine-se o automóvel sobre um lago gelado, ou numa estrada cheia de óleo: o motor consegue pôr os pneus a rodar, mas sem aderência, sem *força de atrito* entre o solo e os pneus, o carro não anda. A força que faz acelerar o automóvel é a força de atrito exercida pelo pavimento sobre os pneus do automóvel. O motor faz, no fundo, o papel do burro: faz rodar os pneus, empurrando o solo. A reacção deste faz acelerar o automóvel.

Eis, portanto, um caso em que a força de atrito, numa situação de rolamento, tem o mesmo sentido do deslocamento do carro. Não só não se opõe ao deslocamento do carro como é essencial para que este possa ocorrer.

Exercício: Um automóvel ($m_a = 900\,\mathtt{kg}$), atrelado a uma caravana ($m_c = 750\,\mathtt{kg}$), acelera de $v = 0$ até $v = 120\,\mathtt{km\,h}^{-1}$ em $22\,\mathtt{s}$: Determinar:

i) a força exercida pelo automóvel na caravana;

ii) a força exercida pela caravana no automóvel;

iii) a componente da força exercida pelo solo no automóvel, na direcção do movimento.

Solução:

i) A aceleração do conjunto é

$$a = \frac{120/3{,}6 - 0}{22} = 1,51\,\mathtt{m\,s}^{-2}$$

(a divisão por 3,6 reduz o valor da velocidade a metros por segundo).

Pela segunda lei de Newton, a intensidade da força exercida pelo automóvel na caravana é

$$F_1 = m_c a = 750 \times 1,51 = 1,14 \times 10^3\,\mathtt{N}.$$

ii) Pela terceira lei de Newton, igualdade de acção-reacção, a força sobre o automóvel tem a mesma intensidade,

$$F_2 = 1,14 \times 10^3\,\mathtt{N},$$

e sentido oposto ao do movimento.

iii) A força resultante sobre o automóvel é (segunda lei)

$$R = m_a \times 1,51 = 1{,}36 \times 10^3\,\mathtt{N}.$$

Esta força é a soma vectorial da força exercida pelo solo $\vec{F}_s$, no sentido do movimento, e da força de reacção da caravana, de sentido oposto. Logo a intensidade da resultante é a diferença dos módulos das duas forças:

$$R = F_s - F_2,$$

ou seja,

$$F_s = R + F_2 = 1{,}36 \times 10^3 + 1{,}14 \times 10^3 = 2{,}50 \times 10^3\,\mathtt{N}.$$

4.3.2.1 Propulsão de um foguetão

Um carro pode empurrar o solo e a reacção do mesmo fá-lo acelerar. Um avião faz o mesmo com a atmosfera: empurra o ar com os seus reactores e a reacção da atmosfera é uma força exercida no avião. E uma nave espacial, como as *Voyager?* Como se propulsiona?

No espaço não há nada para empurrar. Neste caso o único modo de propulsão consiste em ejectar uma parte da nave, com velocidade elevada, na direcção oposta àquela em que se deseja acelerar: a força de reacção da massa ejectada sobre o resto da nave acelera-a na direcção desejada. Um foguetão funciona deste modo. Ejecta o combustível a uma velocidade elevada, numa certa direcção: o resto da nave acelera na direcção oposta. Mais tarde (12º ano) veremos que é possível definir um estado de movimento global de toda a massa do sistema e que este estado se mantém inalterado, pois não há forças exteriores.

4.3.3 Relatividade do movimento

Imaginemo-nos a viajar num comboio perfeito, rápido como uma seta, percorrendo uma longa recta, sem trepidações, sem travagens nem acelerações. Aproveitamos para escrever, que fazemos sem qualquer dificuldade. O nosso vizinho da frente acende um cigarro. Vemos a chama dançar na ponta do isqueiro, o cigarro ficar em brasa e o fumo do cigarro subir em novelos. A desfaçatez do indivíduo faz-nos deixar cair a caneta, que cai aos nossos pés. Deitamos um pouco de água no copo e bebemos para disfarçar o nosso incómodo.

Pergunta: O que é que, nesta cena, nos leva a pensar que viajamos a $200\,\mathtt{km}\,\mathtt{h}^{-1}$?

Resposta: *nada*!

Com efeito, quer o movimento dos corpos, como a queda da caneta ou o escoar da água da garrafa para o copo, quer o fenómeno da convecção, que transporta o fumo do cigarro, quer as reacções químicas da chama, ou do nosso metabolismo, se desenrolam *exactamente* como na nossa sala de estar.

Os físicos exprimem esta situação, dizendo que as leis da Física são exactamente as mesmas em dois sistemas de referência em movimento relativo uniforme e rectilíneo—neste caso o comboio e a sala de estar. No diálogo do capítulo anterior, o tio Alberto chama a atenção do sobrinho para este facto. Einstein deu tanta importância a esta observação que a tomou como ponto de partida da sua teoria da Relatividade Restrita em 1905:

Princípio da Relatividade: As leis da Física têm exactamente a mesma forma em dois sistemas de referência em movimento relativo uniforme (velocidade constante).

Ora, um objecto em repouso num sistema de referência (por exemplo o nosso assento, relativamente ao comboio) move-se com movimento uniforme e rectlíneo em outros sistemas (o assento do comboio tem uma velocidade de $200\,\mathtt{km}\,\mathtt{h}^{-1}$ relativamente à nossa casa). Ou seja, o estado de respouso de um corpo num sistema de referência é um estado de movimento noutro sistema de referência *absolutamente equivalente* do ponto de vista de leis da Física. Não existe um sistema de referência especial no qual o estado natural de um corpo seja o estado de repouso. Repouso e movimento uniforme e rectilíneo são a mesma condição vista de dois sistemas equivalentes. Neste contexto a primera lei é menos supreendente.

4.4 Conclusões

O objectivo deste capítulo foi apresentar a leis de Newton através de exemplos, quer do laboratório quer de situações de vida corrente. São inúmeras as situações que poderíamos considerar. Todo o movimento que observamos sem dispositivos especiais (e muito do que conseguimos observar, seja com que instrumentos for) pode ser descrito e explicado em termos das leis de Newton. Esperamos que os exemplos do texto e dos problemas e questões que se seguem contribuam para modificar um pouco a nossa percepção do movimento e das suas causas.

A próxima vez que observarmos um movimento, pensemos: o que nos dizem as leis de Newton sobre ele?

4.5 Actividades, Questões e Problemas

4.5.1 Actividades

4.1. **Força e movimento**
Ver ficha de Actividade A22

4.2. **Segunda Lei de Newton**
Ver ficha de actividade A23.

4.3. **Forças como vectores**
Para realizar esta actividade precisamos de uma régua, um transferidor e algumas bandas elásticas (elásticos), como as que há em qualquer escritório. O ideal seria que os elásticos fossem exactamente idênticos, em dimensões e propriedades. Mesmo com elásticos do mesmo lote, isso não se verifica: os resultados desta actividade variam um pouco relativamente ao que seria de esperar para elásticos idênticos. Mesmo assim, a actividade é tão simples que merece ser feita.

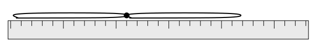


Figura 4.20: Qual a posição ocupada pelo ponto de união dos elásticos?

(a) Amarremos duas bandas elásticas com um pouco de fio. Colocando a extremidade de um dos elásticos na ponta da régua, puxemos (sobre a régua) a extremidade do outro. Qual é a posição ocupada pelo ponto de união dos elásticos?

(b) Usando, de novo, um pouco de fio, unir três elásticos. Fixar as extremidades de dois deles sobre um quadro de cortiça com pionés, mantendo-os sob tensão. Puxar a extremidade do terceiro sobre a linha média perpendicular aos outros dois elásticos e ajustar a sua posição de modo a que os três elásticos tenham (aproximadamente) o mesmo comprimento. Quais são os ângulos entre as direcções dos elásticos?

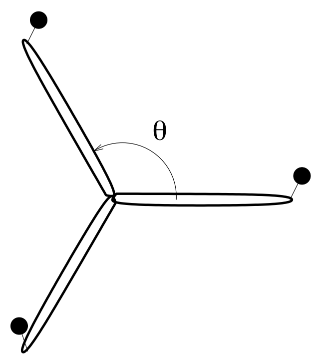


Figura 4.21: Qual é o ângulo entre os elásticos, quando os comprimentos são iguais?

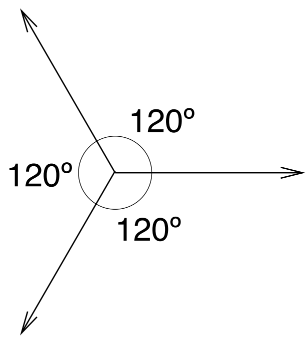


Figura 4.22: A soma destas forças é nula.

Se os elásticos são idênticos, é natural que exerçam forças de igual intensidade quando esticados até ao mesmo comprimento.

(c) Interpretar os resultados obtidos, mostrando que a soma vectorial das forças exercidas pelos elásticos no fio que os une é nula, em equilíbrio: forças somam-se como vectores.
Nota: Pode-se mostrar, sem qualquer conta, só com alguma geometria, que a soma de três vectores com a mesma intensidade e ângulos de 120º é nula. Como?

4.5.2 Questões

4.1. O crédito da descoberta de Neptuno é atribuído a Le Verrier e a John Adams e não a Le Galle, que primeiro observou este planeta ao telescópio. Porquê?

4.2. Quais são as unidades do coeficiente de atrito, μ?

4.3. Um avião militar, voando horizontalmente com velocidade constante, deixa cair uma bomba ao sobrevoar o ponto A. A bomba cai sob acção do seu próprio peso e da resistência do ar. Quando a bomba atinge o solo, o avião está a sobrevoar B. Em quais dos seguintes locais cai a bomba:

(a) em A;

(b) em B;

(c) entre A e B.

Onde cairia a bomba se não existisse resistência do ar?

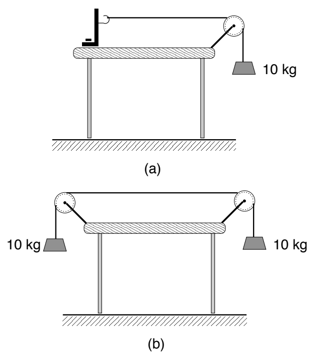


Figura 4.23: Qual das cordas está sujeita a maior esforço?

4.4. Se a carga na montagem (a) da figura 4.23 for aumentada de 1 kg, a corda parte. A corda aguenta as duas massas de 10 kg na montagem (b)?

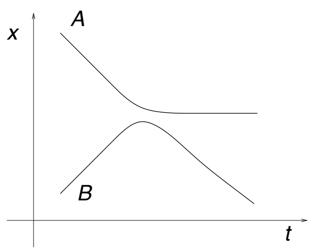


Figura 4.24: Colisão de dois carros

4.5. O gráfico da figura 4.24 mostra as coordenadas de posição de dois carros que colidem numa calha linear. As suas velocidades iniciais são iguais. Qual dos carros (A ou B) tem maior massa? Justificar.

4.6. Num *cartoon* de ilustração da segunda lei, o autor Paul Hewitt, no seu livro *Conceptual Physics,* mostra uma mão a empurrar um tijolo, dando origem a uma aceleração a. Na segunda imagem a mão empurra, com a mesma força, o mesmo tijolo com outro igual em cima e numa terceira imagem com dois tijolos em cima do primeiro. O *cartoon* indica acelerações $a/2$ no segundo caso e $a/3$ no terceiro.

(a) Como é que Hewitt obteve estas acelerações na segunda e terceira imagens?

(b) Se os tijolos deslizarem em cima de uma mesa, os valores da aceleração na segunda e terceira imagem estarão correctos? O que é que Hewitt ignorou?

4.7. O Francisco atirou uma bola de ténis ao ar, na vertical, e voltou e apanhá-la. Explicar, por palavras, por que razão sabemos que, quer no lançamento quer na recolha, teve que exercer na bola uma força superior ao peso da mesma.

4.8. Por que é que cair da mesma altura sobre cimento ou sobre um colchão tem consequências tão diferentes? As forças necessárias para parar o corpo em queda não são as mesmas nos dois casos? Porquê?

4.5.3 Problemas

4.1. Três carros idênticos, de massa $m = 250\,\mathtt{g}$, estão pousados sobre uma mesa, nas circunstâncias da figura 4.25. A força $\vec{F}$, exercida pela mola tem uma intensidade de $5\,\mathtt{N}$; o corpo suspenso na roldana tem um massa $m = 100\,\mathtt{g}$. Determinar a intensidade da reacção normal da superfície sobre cada um os carros.

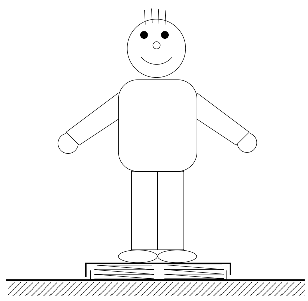


Figura 4.26: Quanto se afunda o prato da balança?

4.2. A balança da figura 4.26 tem duas molas idênticas com uma constante de mola $k = 10^5\,\mathtt{N\,m^{-1}}$. Qual é o deslocamento do prato da balança quando suporta um homem que "pesa" $80\,\mathtt{kg}$?

4.3. Dois homens estão a segurar o cabo da figura ao lado, impedindo o rapaz suspenso de cair. Qual é o valor da intensidade das forças exercidas por cada um dos homens? Serão iguais?

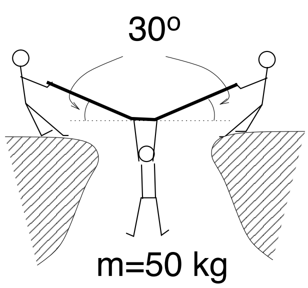


Figura 4.27: Que força exerce cada homem?

4.4. Um comboio com uma locomotiva e cinco carruagens está parado num encosta de inclinação de 5º com a horizontal. Só a locomotiva é que tem travões. Cada carruagem tem uma massa de 20 toneladas.

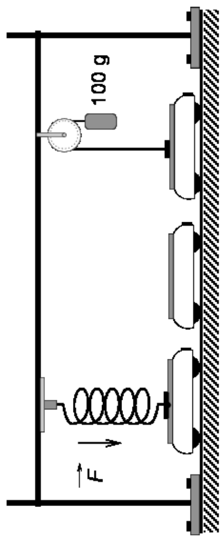


Figura 4.25: Qual é a intensidade da reacção normal da mesa em cada carro?

(a) Qual é a força exercida pela locomotiva na primeira carruagem?

(b) Qual é a força exercida pela primeira carruagem na segunda? E pela segunda na terceira, e assim sucessivamente?

4.5. O Airbus A300, um dos maiores aviões comerciais, pode levantar vôo com uma massa de 166 toneladas. Dispõe de dois reactores capazes de gerar, cada um, uma força (*thrust)* de 262 kN.

(a) Qual é o valor da aceleração que o avião pode atingir na descolagem? Nota: é frequente indicar esta aceleração em unidades de g, a aceleração da gravidade. Por exemplo, uma aceleração de 4,9 $\mathrm{m\,s^{-2}}$ é *meio-g.*

(b) A força que o avião exerce sobre cada passageiro, para lhe comunicar essa aceleração, é a mesma? Ou varia com o peso do passageiro? Quanto vale para um passageiro de 70 kg?

(c) Que velocidade pode atingir o avião após acelerar na pista de descolagem durante 30 s?

4.6. Um atleta de basquetebol consegue elevar-se 65 cm acima do solo, em salto vertical (ver exercício da página 34).

(a) Com que velocidade sai do solo?

(b) Quanto tempo dura o seu salto?

[Ignorar a resistência do ar.]

4.7. O salto vertical é realizado começando por flectir as pernas para depois as estender rapidamente. Se o tempo de extensão for de 0,2 s, que força exerce no solo uma atleta de 80 kg que se eleva 65 cm?

4.8. Dois amigos resolvem medir a velocidade com que conseguem lançar uma bola de basebol usando um cronómetro. Um deles lança a bola ao ar na vertical e volta a apanhá-la. O outro cronometra o tempo de vôo da bola ($m = 145\,\mathrm{g}$).

(a) O tempo conseguido por um dos amigos foi de $2,3$ s. Qual foi a velocidade de lançamento em quilómetros por hora?

(b) Se o tempo de extensão do braço for de cerca de 0,1 s, qual foi a força exercida sobre a bola?

[Ignorar a resistência do ar.]

4.9. Os dois amigos do problema anterior acharam que o lançamento vertical não dava muito jeito. Pensaram um pouco e viram que podiam obter a velocidade de lançamento, medindo a que distância na horizontal conseguiam lançar a bola.

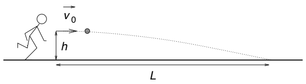


Figura 4.28: Como calcular v_0, sabendo h e L?

(a) Mostrar que um projéctil, lançado com coordenada vertical da velocidade nula, de uma altura h, atinge o solo num tempo:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

(b) Obter a relação usada pelos dois amigos para calcular a velocidade de lançamento a partir da altura h e da distância percorrida na horizontal durante a queda, L.

(c) Qual é a velocidade, v_0, necessária para atingir uma distância $L = 50\,\mathrm{m}$ com uma altura $h = 1{,}5\,\mathrm{m}$?

[Ignorar a resistência do ar.]

4.10. Uma jovem lança horizontalmente uma pedra, a uma altura de um metro da superfície de um lago, com uma velocidade de módulo $15\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

(a) Quanto tempo voa a pedra até bater a primeira vez na água?

(b) A que distância (na horizontal) se dá o impacte na água?
[Ignorar a resistência do ar.]

4.11. A força de resistência do ar sobre um corpo, que se move a uma velocidade $\vec{v}$, tem o sentido oposto a $\vec{v}$, e intensidade dada pela expressão

$$F = \frac{1}{2} C_D A \rho v^2$$

em que:

- C_D é o coeficiente aerodinâmico, que para uma esfera vale 0,5;

- A é a área da secção recta do corpo na direcção perpendicular a $\vec{v}$ (πr^2, para uma esfera de raio r);
- ρ é a massa volúmica do ar ($\rho \approx 1,3\,\mathtt{kg\,m^{-3}}$, em condições normais de pressão e temperatura).

(a) Calcular a intensidade desta força para uma esfera de aço de $2\,\mathtt{cm}$ de diâmetro e para uma bola de ténis de $6,35\,\mathtt{cm}$ de diâmetro, para uma velocidade equivalente à que teriam ao fim de uma queda de um metro, no vazio.

(b) Que fracção do peso do corpo é F, em cada um dos casos? ($\rho_{\mathtt{aço}} = 7{,}9 \times 10^3\,\mathtt{kg\,m^{-3}}$, $m_{\mathtt{tenis}} = 56{,}7\,\mathtt{g}$).

4.12. Um revólver, como os usados pela polícia norte-americana, dispara projécteis de massa $m = 7,4\,\mathtt{g}$ com uma velocidade de saída da arma de $303\,\mathtt{m\,s^{-1}}$. O comprimento do cano é cerca de $10\,\mathtt{cm}$. Supondo que, após o disparo e enquanto está no cano da arma, a bala está sujeita a uma força constante:

(a) durante quanto tempo viaja a bala no cano da pistola?

(b) Qual é o valor da força exercida sobre a bala?

(c) Que força é necessário exercer na arma durante o disparo, para que esta não recue?

4.13. **O arco e flecha**
A relação entre o módulo da força que um arqueiro exerce, F, e a distância, x, que deslocou para trás a corda do arco é quase linear, $F = kx$. Dados de um arco concreto são $F = 171\,\mathtt{N}$ para um deslocamento de $43\,\mathtt{cm}$. A massa de uma flecha é de $20,1\,\mathtt{g}$ [1].

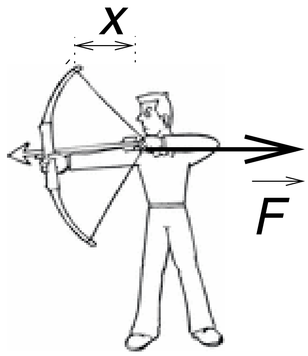


Figura 4.29: O arqueiro puxa a seta de uma distância x.

(a) Se a flecha partir com toda a energia elástica armazenada no arco, com que velocidade partirá?
[Nota: energia elástica do arco é $kx^2/2$.]

(b) Qual foi o impulso comunicado à flecha?

(c) A força exercida pelo arco no início do disparo é $F_{max} = kx$. No final é zero. Podemos fazer uma estimativa do impulso como sendo

$$I = \frac{F_{max}}{2}\Delta t.$$

Usando esta estimativa, calcular o tempo durante o qual a flecha é impulsionada.

4.5.4 Desafios

4.1. Uma das maneiras possíveis de medir o coeficiente de atrito estático, μ_{AB}, entre dois materiais A e B consiste em colocar um corpo do material A sobre uma superfície de material B, inclinada relativamente à horizontal. Verifica-se que o corpo só desliza, se o ângulo da superfície com a horizontal for superior a um valor limite, θ_c. Mostrar que a lei de Amonton-Coulomb implica que:

$$\mu_{AB} = \tan\theta_c.$$

Usando os valores da tabela 4.1 da página 31, qual é o valor de θ_c para um automóvel em asfalto seco?

4.2. Uma alpinista ($m = 55\,\mathtt{kg}$) perde o apoio e cai, segura apenas pela corda de segurança. A corda tem um comprimento em repouso de $3\,\mathtt{m}$. Depois de ficar esticada, distende-se cerca de 10 % do seu comprimento para reduzir a velocidade de queda da alpinista a zero. Usando o modelo de forças impulsivas do texto, estimar o valor da força exercida sobre a corda por esta queda de $3\,\mathtt{m}$.

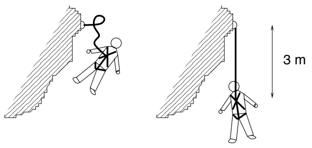


Figura 4.30: Qual é a força sobre a corda?

Bibliografia

[1] C. Tuijn and B. W. Kooi. The measurement of arrow velocities in the student's laboratory. *Eur. J. Phys.*, 13:127, 1992.

[2] Cambridge University Library. Footprints of the lion. Isaac Newton at work. URL: `http://www.lib.cam.ac.uk/Exhibitions/Footprints_of_the_Lion/`, 2002.

[3] Eric Weisstein. World of Scientific Biography. URL: `http://scienceworld.wolfram.com/biography/`, January 2004.