Máquinas térmicas - o ciclo de Carnot

O topo de eficiência energética

Todas as máquinas térmicas convencionais (a vapor, gasolina, diesel) funcionam à base do fornecimento de calor a um gás, que posteriormente se expande num cilindro e empurra um pistão para que este forneça trabalho. O problema aqui é que o calor e/ou o gás têm que ser "descarregados" para fora do cilindro, de alguma forma, de modo a que este esteja pronto para o próximo ciclo.

O objectivo nesta lecture é descobrir o quão eficiente uma máquina térmica pode ser: qual é o trabalho máximo que podemos supostamente retirar de uma dada quantidade de combustível? Examinaremos aqui o modelo cíclico mais simples: um gás ideal confinado a um cilindro, com ligações externas para fornecer e retirar calor, e um pistão sem atrito para o gás realizar e absorver trabalho mecânico:

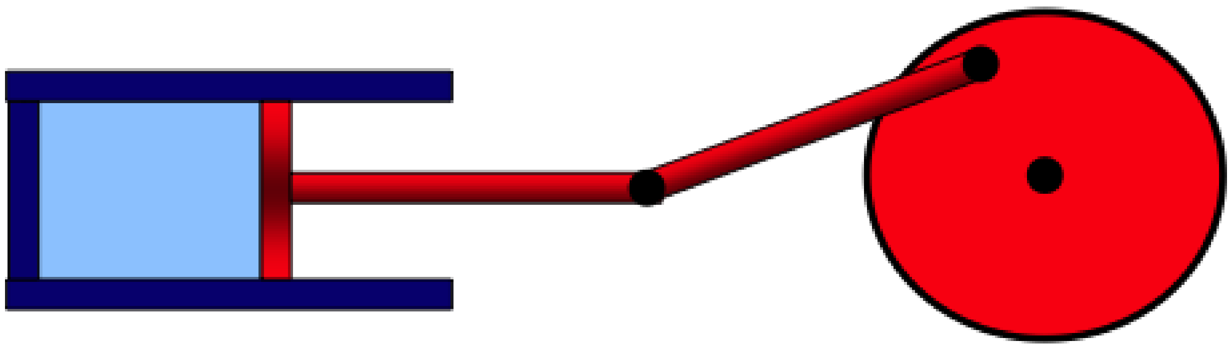


Figura 1: Máquina de Carnot.

A questão da eficiência foi inicialmente colocada - e solucionada - por Sadi Carnot em 1820, não muito depois das máquinas a vapor se terem tornado eficientes o suficiente para começarem a substituir as azenhas, que eram naquela altura a fonte principal de energia para a indústria. Não tão surpreendentemente, talvez, Carnot visualizou a máquina térmica como uma espécie de azenha em que o calor (o "fluido") caía de uma alta temperatura para uma baixa, perdendo "energia potencial" que a máquina transformava em trabalho realizado, tal e qual como a nora.

(*Nota histórica*: de facto, Carnot pensou na altura que o calor era um fluido - ele acreditava na **Teoria Calórica**. Extraordinariamente, a ingénua abordagem da "energia potencial de um fluido calórico" dá *exactamente a resposta correcta* para a eficiência de uma máquina ideal! Carnot aceitou que havia um zero absoluto para a temperatura, do qual ele concluiu que, ao ser arrefecido ao zero absoluto, o fluido calórico iria libertar toda a sua energia.

Desta forma, se cai apenas metade do caminho desde a temperatura inicial até ao zero absoluto, ele irá libertar metade do seu calor, e uma máquina recebendo calor em T e cedendo-o em $\frac{1}{2}T$ utilizará metade do calor possível, e será 50% eficiente. Imagine uma azenha que recebe água no topo de uma queda de água, mas liberta-a a metade do percurso. Portanto, a eficiência de uma máquina ideal a operar entre duas temperaturas será igual à fracção da queda de temperatura em direcção do zero absoluto que o calor sofre. Isto acaba por ser exactamente correcto, mesmo que a argumentação seja baseada num modelo falso.)

A analogia da azenha foi também útil noutro aspecto: Carnot sabia que as azenhas mais eficientes eram aquelas que operavam de forma suave, em que a água caía nos baldes do topo sempre à mesma altura, e que não saltava por fora. No limite idealizado de uma azenha sem atrito, com um fluxo calmo para dentro e para fora desta, tal máquina seria considerada *reversível* - se a roda fosse colocada a correr para trás (utilizando energia vinda de fora), iria levar a água novamente para cima, e consumiria a mesma energia que a roda estaria a gerar em operação normal. Esta azenha é perfeitamente eficiente, e por isso as analogias de *atrito nulo* e *fluxo calmo* são exactamente aquilo que necessitamos para a máquina térmica perfeita.

Minimizar o atrito ao mínimo possível é obviamente necessário, mas o que é que é, exactamente, o "fluxo calmo" na máquina térmica? Para a azenha, significava ter água no topo a fluir suavemente para os baldes à mesma altura, e não haver desperdício (água a ir por fora) que iria fazer perder energia potencial sem qualquer ganho. Para a máquina térmica, a analogia é ter um fluxo de calor desde o fornecimento de calor até à máquina sem qualquer queda de temperatura. Numa máquina real, deverá haver obviamente uma ligeira queda na temperatura para o calor fluir de todo (tal como também tem que haver algo semelhante para uma azenha real), mas esta terá que ser minimizada.

Portanto, enquanto o calor é fornecido e o gás se expande, a temperatura deste terá que ser a mesma da da fonte de calor (o "reservatório de calor"): o gás está a expandir-se *isotermicamente.* De forma similar, deverá contrair-se isotermicamente mais à frente no ciclo quando cede calor.

Para determinar a eficiência, temos que seguir o funcionamento da máquina durante um ciclo completo, descobrindo quanto trabalho realiza, quanto calor é retirado do combustível, e quanto calor é libertado no processo de se preparar para o próximo ciclo. Talvez valha a pena olhar para o flashlet para perceber o funcionamento: o ciclo tem quatro passos, uma expansão isotérmica enquanto o calor é absorvido, seguido de uma expansão adiabática, depois uma contracção isotérmica enquanto o calor é libertado, e finalmente umacontracção adiabática para a configuração original. Iremos ver o processo, passo a passo.

Passo 1: Expansão Isotérmica

Portanto a primeira questão é: quanto calor é fornecido, e quanto trabalho é realizado, enquanto o gás se expande isotermicamente?

Tomando a temperatura do reservatório de calor como T_H (H para hot, calor em Inglês), o gás em expansão segue o trajecto isotérmico $PV = nRT_H$, no plano (P, V).

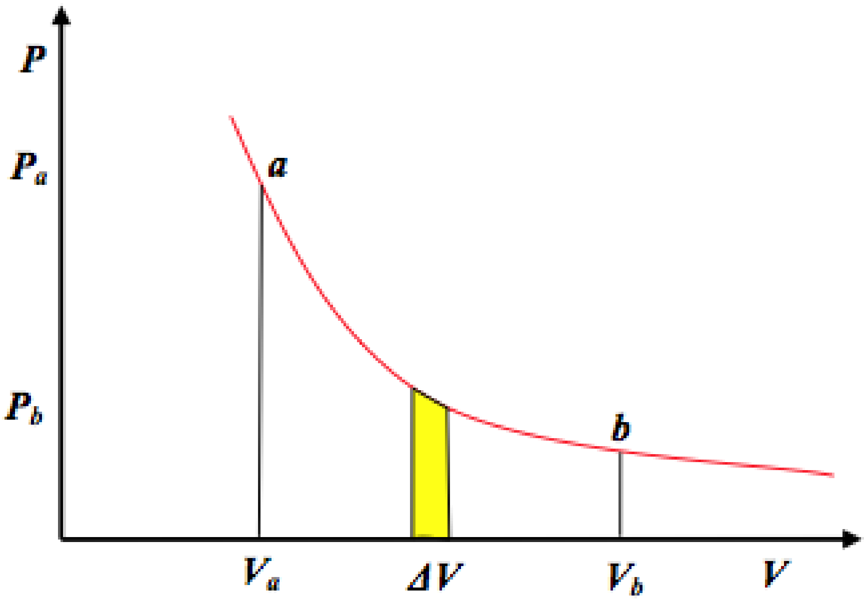


Figura 2: Expansão isotérmica de a para b ao longo de $PV = nRT_H$.

O trabalho realizado pelo gás numa expansão pequena em volume, ΔV, é $P\Delta V$ - a área debaixo da curva.

Desta forma, o trabalho realizado ao se expandir isotermicamente do volume V_a para V_b é a área total debaixo da curva entre esses valores,

$$\text{trabalho realizado isotermicamente} = \int_{V_a}^{V_b} PdV = \int_{V_a}^{V_b} \frac{nRT_H}{V} dV = nRT_H \ln \frac{V_b}{V_a}$$

Dado que o gás se encontra à temperatura constante T_H, não há alteração na sua energia interna durante essa expansão, por isso o calor total fornecido deverá ser $nRT_H \ln \frac{V_b}{V_a}$, o mesmo que o trabalho externo que o gás realizou.

De facto, esta expansão isotérmica é apenas o primeiro passo: o gás encontra-se à temperatura do reservatório de calor, mais quente que a suas vizinhanças, e irá poder continuar a expandir-se mesmo se o fornecimento de calor seja interrompido. Para nos certificarmos que esta expansão extra é igualmente reversível, o gás não pode estar a perder calor para as suas vizinhanças. Isto é, depois do fornecimento de calor ser cortado, não deverá haver mais trocas de calor com as vizinhanças, a expansão deverá ser *adiabática*.

Passo 2: expansão adiabática

O trabalho realizado numa expansão adiabática é idêntico àquele feito ao permitir que uma mola comprimida se expanda contra uma força - igual ao trabalho necessário para comprimir a mola inicialmente, para uma mola ideal, e um gás confinado adiabaticamente é essencialmente perfeito nesse respeito. Por outras palavras, a expansão adiabática é reversível.

Para calcular o trabalho que o gás realiza ao expandir-se adiabaticamente de, digamos, V_b para V_c, a análise acima realizada é repetida com a isotérmica $PV = nRT_H$, substituída pela *adiabática* $PV^\gamma = P_b V_b^\gamma$,

$$\text{trabalho realizado adiabaticamente } W_{\text{adiabat}} = \int_{V_b}^{V_c} P\, dV = P_b V_b^\gamma \int_{V_b}^{V_c} \frac{dV}{V^\gamma} = P_b V_b^\gamma \frac{V_c^{1-\gamma} - V_b^{1-\gamma}}{1-\gamma}$$

Da mesma forma, esta é a *área debaixo da curva*, neste caso debaixo da adiabática, desde b até c no plano (P, V).

Dado que os pontos b, c estão na mesma adiabática, $P_c V_c^\gamma = P_b V_b^\gamma$, e a expressão pode ser escrita de uma forma mais elegante:

$$W_{\text{adiabatica}} = \frac{P_c V_c - P_b V_b}{1-\gamma}$$

Esta é uma expressão útil para o trabalho realizado dado que estamos a representar graficamente pontos no plano (P, V), mas note-se da lei dos gases $PV = nRT$ que o numerador é apenas $nR(T_c - T_b)$, e que daqui $W_{\text{adiabatica}} = nC_V(T_c - T_b)$, como obviamente deveria ser - esta é a perda de energia interna que tinha sido gasta pelo gás ao expandir-se contra uma pressão externa.

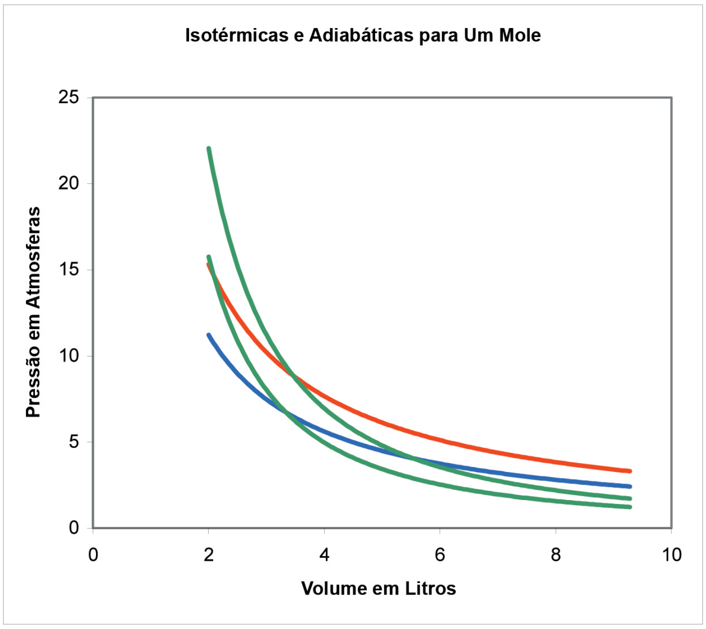
Passos 3 e 4: Completando o ciclo

Vimos em detalhe o trabalho que um gás realiza ao se expandir enquanto é fornecido calor (de forma isotérmica) e quando não existem trocas de calor (adiabaticamente). Estes são os dois passos iniciais numa máquina térmica, mas é igualmente necessário para a máquina regressar onde começou, para o próximo ciclo. A ideia geral é que o pistão movimenta uma roda (tal como no diagrama no início desta aula), a qual continua a rodar e empurra o gás para o seu volume original.

Mas é igualmente essencial que o gás esteja o mais frio possível neste processo de retorno, porque a *roda* terá que executar trabalho no *gás*, e nós queremos que esse trabalho seja o mínimo possível - está a sair do nosso sistema. Quanto mais frio estiver o gás, menor será a pressão contra a qual a roda está a girar.

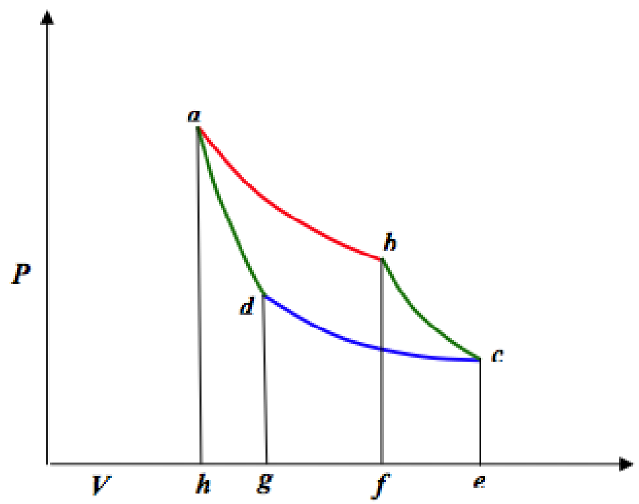
Para que nos certifiquemos que a máquina é o mais eficiente possível, o caminho de regresso à posição inicial (P_a, V_a) também tem que ser reversível. Não podemos refazer o caminho realizado nas duas primeiras fases, já que isso iria fazer desaparecer todo o trabalho que a máquina gerou nessas fases, e deixar-nos-ia com um saldo energético nulo. Agora o gás arrefeceu durante a expansão adiabática de b para c, de T_H para T_C, digamos, portanto podemos andar um pouco para trás ao longo da isotérmica reversível, mais fria (à temperatura T_C). Mas isso não nos levará de volta a (P_a, V_a), porque isso é na isotérmica à temperatura T_H. A opção mais simples - aquela escolhida por Carnot - é retroceder ao longo da isotérmica "fria" até ao ponto onde esta intersecta a adiabática por a, e depois seguir a isotérmica de volta a a. (poder-se-ia seguir um caminho mais complidado, desde que este fosse constituído por segmentos que fossem adiabáticos ou isotérmicos, e seria reversível)

Para visualizar o ciclo de Carnot no plano (P, V), convém recordar da aula anterior o gráfico que representa duas isotérmicas e duas adiabáticas:



O ciclo de Carnot dá-se no quadrilátero curvo delimitado pelas quatro curvas representadas.

Redesenhando a figura anterior, de forma ligeiramente menos realista mas mais conveniente:



Eficiência da Máquina de Carnot

Num ciclo completo da máquina térmica de Carnot, o gás segue o percurso *abcd*. A questão importante é: qual a fracção de calor fornecida pelo reservatório quente (ao longo da isotérmica vermelha) é transformado em trabalho mecânico? Essa fracção é denominada *eficiência* da máquina.

O trabalho ao longo de qualquer curva no plano (P, V) é simplesmente $\int PdV$, a área debaixo da curva, mas será *negativa* se o volume for decrescendo! Por isso, o trabalho realizado pela máquina durante o segmento isotérmico (a vermelho) é a área $abfh$, posteriormente a expansão adiabática adiciona a área $bcef$, mas quando o gás é re-comprimido, a roda irá ter que realizar trabalho no gás, numericamente igual à área $cdge$ enquanto é passado calor ao reservatório frio, e depois será igual a $dahg$ quando o gás for re-comprimido ao ponto inicial (a).

No fundo, a mensagem principal é:

o trabalho total realizado pelo gás é a área do circuito *abcd*

ou seja, a área do "paralelogramo" curvo no gráfico (P, V) representado acima.

Poder-se-ia calcular essa área achando $\int \; PdV$ para cada segmento, mas isso é desnecessário - ao completar o ciclo, o gás regressa à sua temperatura inicial, por isso tem a mesma energia interna.

Dessa forma, o trabalho realizado pela máquina deverá ser apenas a diferença entre o calor fornecido em T_H e aquele cedido em T_C.

Agora o calor fornecido ao longo da isotérmica inicial *ab* é igual ao trabalho realizado ao longo desse trajecto, (do parágrafo anterior relativamente à expansão isotérmica):

$$Q_H = nRT_H \ln \frac{V_b}{V_a}$$

e o calor largado na fonte fria ao longo de cd é

$$Q_C = nRT_C \ln \frac{V_c}{V_d}$$

A diferença entre estes dois é o trabalho total realizado. Isto pode ser simplificado utilizando as equações das adiabáticas para os outros dois lados do ciclo:

$$T_H V_b^{\gamma-1} = T_C V_c^{\gamma-1}$$

$$T_H V_a^{\gamma-1} = T_C V_d^{\gamma-1}$$

Dividindo a primeira destas equações pela segunda,

$$\left(\frac{V_b}{V_a}\right) = \left(\frac{V_c}{V_d}\right)$$

e usando esta na equação anterior para Q_C,

$$Q_C = nRT_C \ln \frac{V_a}{V_b} = \frac{T_C}{T_H} Q_H.$$

Por isso, para o ciclo de Carnot, o rácio do *calor fornecido* para o *calor retirado* é apenas o rácio das temperaturas absolutas!

$$\frac{Q_H}{Q_C} = \frac{T_H}{T_C} \text{ ou } \frac{Q_H}{T_H} = \frac{Q_C}{T_C}$$

Recordar este resultado: será *importante no desenvolvimento do conceito de* ***entropia.***

O trabalho realizado pode agora ser descrito, simplesmente, por:

$$W = Q_H - Q_C = \left(1 - \frac{T_C}{T_H}\right) Q_H$$

Dessa forma, **a eficiência da máquina, definida como a fracção do *calor* injectado que é convertido em trabalho, é**

$$\text{eficiência} = \frac{W}{Q_H} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

Estas temperaturas estão obviamente em Kelvin, daí por exemplo a eficiência de uma máquina de Carnot que tenha uma fonte quente de água a ferver e uma fonte fria de água com gelo será $1 - (273/373) = 0.27$, pouco mais de um quarto da energia calorífica é transformada em trabalho útil. Esta é a mesma expressão que Carnot encontrou na sua analogia com a azenha.

Depois de todo o esforço de construção de uma máquina térmica eficiente, tornando-a reversível para eliminar perdas "por atrito", etc..., é provavelmente um pouco desapontante encontrar este valor de 27% para a eficiência enquanto se opera entre 0 e 100 graus Celsius. Seguramente que conseguimos melhor que isso, não? De qualquer das formas, a energia calorífica da água quente é a energia das moléculas em movimento, por isso deveria ser possível construir algum dispositivo que canalizasse toda essa energia em trabalho útil... Bem, pode-se fazer melhor que 27% tendo uma fonte fria mais fria, ou uma fonte quente mais quente. Mas existe um limite: nunca se consegue chegar a uma eficiência de 100%, porque não se consegue ter uma fonte fria a $T_C = 0$ K, e mesmo que tal fosse possível, ao fim do primeiro ciclo o calor fornecido iria aquecê-la!

Tradução/Adaptação Casa das Ciências 2009