

# Projecto Faraday

Textos de Apoio

## Cargas e Campos Eléctricos

12<sup>o</sup> Ano de Escolaridade



**casa das ciências**

Porto, Outubro de 2009

## **Ficha Técnica**

Projecto de intervenção no ensino da Física no secundário.

### **Financiamento**

Fundação Calouste Gulbenkian.

### **Execução**

Departamento de Física, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.

### **Escolas Participantes**

- ES Filipa de Vilhena
- ES Fontes Pereira de Melo
- ES Garcia de Orta
- ES da Maia
- ES de Santa Maria da Feira

### **Coordenação**

- J. M. B. Lopes dos Santos
- Manuel Joaquim Marques

### **Portal**

URL: <http://www.fc.up.pt/faraday>

## **Texto do 12<sup>o</sup> Ano**

### **Redactor Principal**

J. M. B. Lopes dos Santos

**Colaboração e revisão**

- Elisa Arieiro
- Carlos M. Carvalho
- Manuel Joaquim Marques
- Maria de Fátima Mota



## Capítulo 9

# Cargas e campos eléctricos

### 9.1 Interacções

#### 9.1.1 Interacções não gravíticas

Imaginemos dois tijolos, de massa  $1\text{ kg}$ , um em cima do outro, pousados sobre uma mesa. O tijolo de baixo exerce sobre o de cima uma força  $\vec{N}$  de módulo igual ao peso dele,  $N = 9,8\text{ N}$ . Esta força não pode ter origem na interacção gravítica entre as partículas dos dois tijolos:

- em primeiro lugar, esta força é repulsiva; as forças gravíticas são sempre atractivas.
- Em segundo lugar, a interacção gravítica é demasiado fraca para dar origem a uma força tão elevada.

Este segundo aspecto é fácil de perceber. Duas massas de  $1\text{ kg}$  à distância de, digamos,  $1\text{ cm}$ , atraem-se com uma força

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = 6,7 \times 10^{-11} \frac{1}{(10^{-2})^2} = 6,7 \times 10^{-7}\text{ N}.$$

É certo que não sabemos ao certo que distância devemos usar para calcular a distância entre os dois tijolos; se fossem esferas seria a distância entre os centros. Seja como for, mais centímetro, menos centímetro, não faz grande diferença para a conclusão: esta força é mais de *dez milhões de vezes inferior* à força de repulsão entre os tijolos!

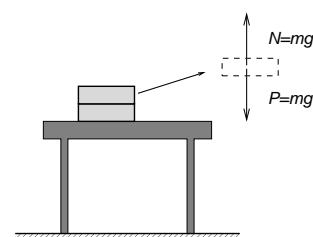


Figura 9.1: A força observada entre os dois tijolos é vários milhões de vezes superior à força de atracção gravítica entre eles.

Só este facto já nos permite concluir o seguinte:

As forças com que lidamos no dia-a-dia (atrito, forças de reacção, as forças de deformação nos sólidos, etc.) não têm origem gravítica. Devem ter origem em interacções muito mais intensas que as forças gravíticas.

Isto levanta a seguinte questão: se existem então essas interacções muito mais fortes que a gravítica, por que razão não se manifestam entre astros? Por que é que a força entre a Terra e o Sol, por exemplo, é predominantemente gravítica?

Há duas explicações possíveis para este facto:

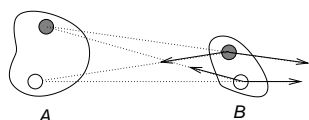


Figura 9.2: Se partículas do mesmo tipo se repelirem e de tipos diferentes se atraírem, é possível haver um cancelamento das forças entre pares de partículas de modo a que a força entre os dois corpos seja muito pequena ou nula. Só estão representadas as forças sobre B.

1. Estas novas interacções têm um alcance muito inferior à da Gravidade; isto é, podem ser muito mais fortes para distâncias pequenas, mas para distâncias maiores, como as distâncias entre astros, têm uma intensidade muito menor.
2. Estas forças podem ser atractivas entre certos pares de partículas e repulsivas entre outras. Apesar das forças serem muito mais intensas, se entre dois corpos houver tantos pares que se atraem como pares que se repelem, a resultante pode ser zero ou muito pequena. Este cancelamento nunca surge com a Gravidade porque esta *é sempre atractiva*.

A nossa experiência quotidiana mostra que estas interacções tanto podem ser atractivas como repulsivas. Quando estiramos um fio ou uma barra, têm que surgir entre as suas partículas forças atractivas, ou o fio ou a barra separar-se-iam logo em duas partes. Quando comprimimos um bloco de metal têm que surgir forças repulsivas entre os seus átomos, que se opõem ao esmagamento do bloco. É de facto a segunda hipótese que se verifica na natureza.

Todas as forças referidas acima, aliás todas as que observamos no nosso dia-a-dia, ou tem origem na interacção gravítica ou na interacção electromagnética<sup>1</sup>. Ao contrário da primeira, a interacção electromagnética não é universal. Algumas partículas exercem e são actuadas por forças electromagnéticas e outras não. As partículas que “sentem” a interacção electromagnética têm **carga**

<sup>1</sup>Além destas duas, existem mais dois tipos de interacção, designadas por **fraca** e **forte**. O seu papel é importante na física do núcleo e fundamental para uma compreensão completa da física de partículas a todas as energias; mas é relativamente secundário no comportamento da matéria nas condições em que a observamos no dia-a-dia.

**eléctrica.** Também poderíamos falar na **carga gravítica**, como sendo a propriedade que permite que uma partícula interaja graviticamente; contudo, toda a matéria tem carga gravítica porque a carga gravítica é a massa!

Enquanto que no caso da interacção gravítica só existe um tipo de carga, a massa, e as forças são sempre atractivas, o facto de as interacções electromagnéticas poderem ser atractivas ou repulsivas sugere a existência de pelo menos dois tipos de carga: partículas com cargas de tipo diferente repelem-se e partículas com cargas do mesmo tipo atraem-se. A interacção electromagnética é muito mais intensa que a eléctrica, mas a existência de forças atractivas e repulsivas permite cancelamentos que fazem com que a força electromagnética entre dois corpos possa ser praticamente nula.

*ETV<sub>1</sub>*: Não poderia ser ao contrário? Cargas idênticas atraem-se e cargas opostas repelem-se? Se fosse assim, continuaríamos a observar os cancelamentos entre atracção e repulsão referidos acima?

▷ Actividade 9.1

A actividade 9.1 é uma boa ilustração de algumas destas ideias. Se retirarmos rapidamente duas tiras de um rolo de fita-cola verificamos que elas se repelem mesmo sem se tocar. Mas o rolo atrai qualquer das tiras. Embora no rolo de fita-cola haja tantas cargas de um tipo como de outro, ao retirar uma tira, fica um excesso de carga de um dado tipo na tira. Duas tiras terão mais pares de cargas que se repelem do que pares que se atraem: as tiras repelem-se. Mas no rolo terá ficado um excesso de carga de tipo oposto ao das tiras. Então o rolo deve atrair as tiras.

A pergunta que começaremos a responder neste capítulo é a seguinte:

Quais são as leis que regem a interacção electromagnética e de que modo podem explicar alguns fenómenos de observação corrente?

A descrição completa da interacção electromagnética é muito complexa; o funcionamento de todos os nossos electrodomésticos, dos ímanes, a transmissão de informação no nosso sistema nervoso, a radiação electromagnética, desde as ondas de rádio, até à radiação infra-vermelha, visível, ultravioleta, Raios-X, raio gama, a estabilidade da matéria, as trovoadas, tudo isto são fenómenos electromagnéticos. O nosso conhecimento sobre estas interacções foi

sendo construído por muitos físicos como Volta, Coulomb, Oersted, Ampère, Faraday, Maxwell, Hertz, Rutherford, etc., ao longo de mais de dois séculos de investigação teórica e experimental. Trata-se de uma história fascinante, mas longa e complicada, que não tentaremos reconstruir. Em vez disso usaremos o nosso conhecimento actual sobre a estrutura atómica da matéria para simplificar a explicação de alguns dos fenómenos eléctricos mais comuns do nosso quotidiano.

$\mathcal{ETV}_2$ : No capítulo anterior aprendemos a calcular a energia de um órbita gravítica circular. Suponhamos que o átomo de hidrogénio tem um electrão a orbitar um protão a uma distância da ordem do tamanho do átomo  $r \sim 0,5 \text{ \AA}$ . Qual é a energia de ligação devida à interacção gravítica entre o protão e electrão? Como se compara com a energia de ionização,  $E_i$ , do átomo de hidrogénio, a energia necessária para colocar o electrão num órbita aberta? ( $E_i = 2,2 \times 10^{-18} \text{ J.}$ )

## 9.2 Interacção de Coulomb

### 9.2.1 Estrutura atómica

Aqueles que gostam de coisas simples apreciam certamente a lista de ingredientes de que é constituída praticamente toda a matéria nas formas que encontramos na nossa experiência corrente; são apenas três:

- protões;
- neutrões;
- electrões.

A história completa é um pouco mais complexa. Existem muitas outras partículas e, além disso, os neutrões e protões são agregados de três partículas mais fundamentais, os **quarks**. Contudo, quando se estuda o comportamento da matéria nas condições de temperatura e pressão prevaletentes na Terra, só em circunstâncias muito particulares é necessário considerar a descrição completa; para os nossos propósitos, esta é suficiente.

Destas três partículas, o neutrão não tem carga eléctrica e por isso não sente as forças electromagnéticas<sup>2</sup>. Claramente, o protão e electrão terão que ter cargas de tipo diferente, para que possa surgir o cancelamento acima referido. Os núcleos dos átomos são constituídos por neutrões e protões. Como os protões se repelem, a interacção responsável pela coesão do núcleo não é eléctrica: é designada por **interacção forte**.

Os neutrões e protões têm uma massa semelhante e quase 2000 vezes superior à dos electrões. Como os núcleos têm, em geral, pelo menos tantos neutrões como protões (a excepção é o átomo de hidrogénio) e a matéria neutra tantos protões como electrões, a quase totalidade da massa de um material é a massa dos núcleos: a massa dos electrões é apenas cerca de  $1/4000 = 2,5 \times 10^{-4}$  da massa total.

### 9.2.2 Princípio de sobreposição

A lei mais importante das interacções eléctricas é o **Princípio de Sobreposição**, que podemos exprimir do seguinte modo:

A força total que duas partículas carregadas  $A$  e  $B$  exercem sobre uma terceira partícula,  $C$ , é a soma da força que  $A$  exerceria se  $B$  não existisse com a força que  $B$  exerceria se  $A$  não existisse; este resultado vale para qualquer número de partículas, não apenas para duas.

Isto parece ser apenas a lei de composição de forças; mas, de facto, tem outra ideia incluída. Podia acontecer que a presença de  $B$  *modificasse* a força exercida por  $A$  em  $C$ ; nesse caso a soma das forças exercidas por cada partícula na presença uma da outra seria diferente da soma das forças exercidas por cada uma em separado. O princípio de sobreposição afirma que a interacção eléctrica é uma interacção de **pares**. Entre cada par de partículas há uma interacção que não depende da presença ou ausência dos outros pares. O princípio de sobreposição também é válido para a interacção gravítica.

<sup>2</sup>De facto, não é bem assim. O neutrão é constituído por quarks com carga eléctrica, cujas cargas se cancelam. Por isso a sua carga é zero. Sente efectivamente interacções electromagnéticas, mas de uma forma muito mais atenuada que o electrão ou o protão. Por exemplo, um neutrão cria um pequeno campo magnético.

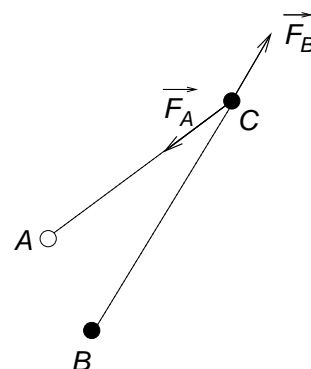


Figura 9.3: A força total na partícula  $C$  é a soma das forças que as partículas  $A$  e  $B$  exerceriam se apenas uma delas estivesse presente.

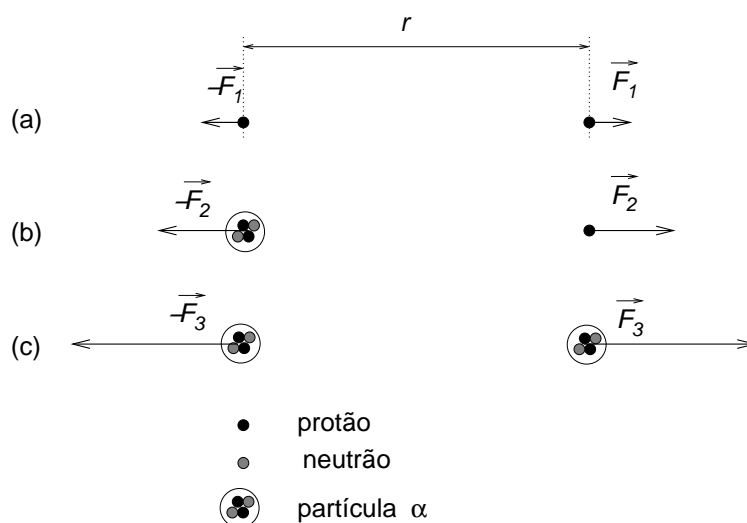


Figura 9.4: (a) a força entre dois prótons é repulsiva; (b) Substituindo um próton por uma partícula  $\alpha$ , que tem dois prótons, a força sobre o segundo próton duplica, segundo o Princípio de Sobreposição; (c); Entre duas partículas  $\alpha$  a força será quatro vezes superior a  $\vec{F}_1$ .

### 9.2.3 Carga eléctrica

O princípio de sobreposição dá-nos uma maneira muito natural de definir quantidade de carga, ou simplesmente, carga de uma partícula,  $q$ , e permite-nos concluir que a força entre duas partículas carregadas é proporcional ao produto das respectivas cargas<sup>3</sup>,

$$\vec{F} \propto q_1 q_2.$$

Para isso vamos fazer um **experiência conceptual**: isto é, vamos **imaginar** uma situação, que eventualmente não conseguimos concretizar no laboratório, e tentar aplicar conceitos que já conhecemos para ver que conclusões podemos tirar dessa análise. A experiência que queremos fazer está ilustrada na figura 9.4.

Suponhamos que a força que um próton exerce noutro a uma distância  $r$  é  $\vec{F}_1$ . Agora substituímos um próton por um núcleo de Hélio, uma partícula  $\alpha$ , que tem dois neutrões, sem carga, e dois prótons. Como varia a força no outro próton?

<sup>3</sup>A literatura de física usa a palavra “carga” com dois significados ligeiramente diferentes. **Carga** como quantidade de carga eléctrica: “Um electrão tem uma **carga** de  $1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ”. Uma **carga**, no sentido de partícula carregada: “Na matéria existem **cargas** positivas e negativas”. A distinção entre estes significados resulta do contexto em que são usados.

O princípio de sobreposição diz-nos que a força no segundo protão,  $\vec{F}_2$ , é a soma das forças que cada protão da partícula  $\alpha$  exerce e **que cada uma destas forças vale  $\vec{F}_1$** . Assim,

$$\vec{F}_2 = 2\vec{F}_1.$$

Por outro lado, a força total exercida pelo protão sobre a partícula  $\alpha$  é a soma das forças sobre cada um dos protões que a constituem e portanto vale  $-2\vec{F}_1$ . A terceira lei de Newton seria violada de outro modo.

Pelo mesmo raciocínio, se substituirmos o segundo protão por uma partícula  $\alpha$ , a força sobre ela,  $\vec{F}_3$ , é o dobro de  $\vec{F}_2$ ; cada protão da nova partícula  $\alpha$  sente uma força  $\vec{F}_2$ . Ou seja,

$$\vec{F}_3 = 2 \times 2 \times \vec{F}_1.$$

Em resumo, se uma das partículas tiver  $n_1$  protões e a outra  $n_2$  protões, teremos em cada uma das partículas uma força total que resulta de somar  $n_1 \times n_2$  vezes a força entre 2 protões. Ou seja,

$$\vec{F} = n_1 n_2 \vec{F}_1,$$

em que  $F_1$  é a força entre dois protões.

Ora, designando por  $e$  a carga de um protão,

$$q_1 = n_1 \times e$$

e

$$q_2 = n_2 \times e$$

são as cargas de cada partícula, **se as definirmos como a soma das cargas dos protões que as constituem**.

Esta é uma boa definição, pois implica que a força eléctrica entre duas partículas seja simplesmente proporcional ao produto das cargas de cada uma:

$$\vec{F}_e \propto q_1 q_2.$$

E o que acontece com electrões?

O primeiro facto interessante é que se substituirmos um protão por um electrão, a força sobre o segundo protão muda de sentido mas tem o mesmo módulo. Se juntarmos um electrão e um protão no mesmo ponto, o princípio de sobreposição diz-nos, então, que a força total sobre o segundo protão é nula. Para mantermos a

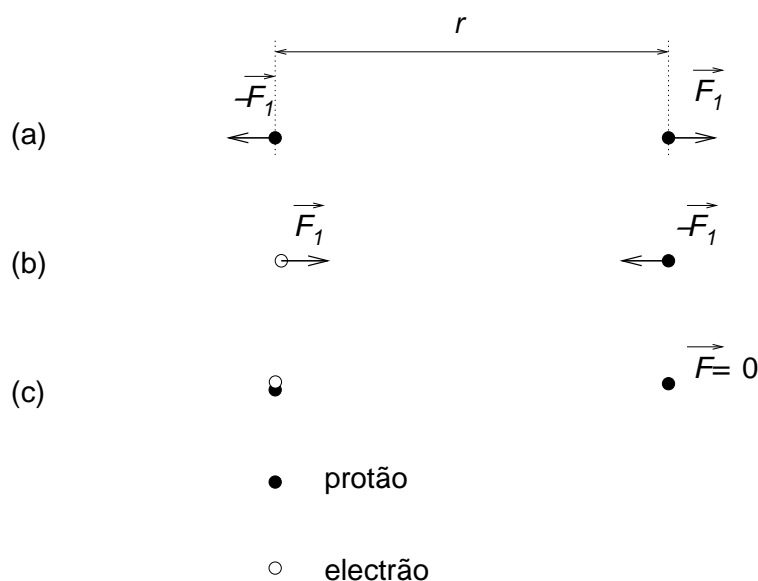


Figura 9.5: Substituindo um próton, (a), por um electrão, (b), a força sobre o segundo próton muda de sentido mas tem o mesmo módulo. (c) Pelo princípio de sobreposição, a força total exercida por um próton e um electrão, no mesmo local, sobre o segundo próton é nula.

lei de que a força é proporcional ao produto das cargas, teremos apenas que definir a carga do electrão como o simétrico da carga do próton,  $-e$ . No cálculo da força entre dois prótons o produto das cargas é,

$$q_1 q_2 = e^2;$$

no cálculo da força entre um próton e um electrão será:

$$q_1 q_2 = e \times (-e) = -e^2$$

e a força resulta simétrica da anterior. Por outro lado, a carga total de um electrão e de um próton será

$$q_1 = e + (-e) = 0,$$

o que implica que a força que exercem numa carga  $q_2$  será

$$\vec{F} \propto q_1 q_2 = 0.$$

Em conclusão:

- O princípio de sobreposição permite concluir que a força que uma carga  $q_1$  exerce sobre  $q_2$ , a uma distância  $r$ , é

$$\vec{F}_e = q_1 q_2 \vec{f}(r)$$

em que  $\vec{f}(r)$  é a força para o caso de duas cargas unitárias.

- As cargas de um protão e de um electrão são simétricas,  $e$  e  $-e$ , pois estas partículas exercem forças simétricas sobre uma terceira partícula.
- A carga total de um corpo pode escrever-se na forma:

$$q = n_p e - n_e e$$

em que  $n_p$  e  $n_e$  são os números de electrões e protões no corpo.

### 9.2.4 Quantificação da carga eléctrica

As observações da secção anterior implicam a quantificação da carga em unidades da carga elementar,  $e$ . Ou seja a carga de qualquer corpo é um múltiplo inteiro de  $e$ :

$$\frac{q}{e} = \text{número inteiro.}$$

▷ Ver Actividade 9.2

Em 1911, Robert Millikan, um físico americano, realizou uma experiência que pôs claramente em evidência esta quantificação. O método de Millikan, descrito na actividade 9.2, permitia-lhe medir a carga de gotas de óleo suspensas no ar. Mediu várias gotas e verificou que podia descrever os seus resultados na forma

$$q_i = n_i e$$

em que  $n_i$  é um inteiro, positivo ou negativo, e  $e$  toma o mesmo valor em todas as gotas.

A física contemporânea tem uma representação muito completa e detalhada da estrutura da matéria e das respectivas interacções, não apenas nas condições de temperatura prevalecentes na Terra, mas para temperaturas e energias muito mais elevadas. A quantificação de carga é um dos aspectos fundamentais desta representação. Além disso a carga é conservada. A carga eléctrica não pode ser criada nem destruída. Protões e electrões podem; por exemplo, na seguinte reacção um protão e um electrão acelerados colidem e transformam-se num neutrão e neutrino:

$$p^+ + e^- \rightarrow n + \nu_e.$$

O neutrão,  $n$ , o neutrino,  $\nu_e$ , são partículas sem carga: a carga final é nula. Como a carga do electrão e protão são simétricas, a carga inicial é nula também e esta reacção conserva a carga eléctrica.

$\mathcal{ETV}_3$ : Diz-se que a carga eléctrica não pode ser criada nem destruída. Mas o decaimento  $\beta$  do neutrão não é um exemplo de criação de carga?

$$n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$$

O neutrão não tem carga e decai em duas partículas carregadas e um anti-neutrino!

### 9.2.5 Lei de Coulomb

A discussão anterior mostra que se conhecermos a força entre dois prótons a uma distância  $r$  podemos calcular a força entre quaisquer duas cargas.

A primeira lei quantitativa de interacção entre duas cargas foi formulada pelo físico francês, Charles Augustin Louis Coulomb, e tem o seu nome, **Lei de Coulomb**. A lei de Coulomb tem muitas semelhanças com a lei da Gravitação Universal e por isso pusemo-las lado a lado na caixa 9.1. Tal como no caso da gravitação, Coulomb verificou que a força entre as duas esferas era inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas

$$F_e \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

#### A constante da lei de Coulomb

No caso da Lei da Gravitação Universal, a constante de proporcionalidade é a constante de gravitação universal  $G$ ,

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

No capítulo anterior vimos como Cavendish mediu esta constante: mediu o valor da força entre massas conhecidas a uma distância conhecida também. Sabendo  $F_g$ ,  $m_1$ ,  $m_2$  e  $r$  determinou o valor de  $G$ .

Poderemos fazer o mesmo no caso da lei de Coulomb? Medir o valor da constante de proporcionalidade  $k_C$ ,

$$F_e = k_C \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad ?$$

**■ Leis da Gravitação Universal e de Coulomb ■****Lei da Gravitação**

- A interacção gravítica existe entre todas as partículas;
- A força gravítica entre duas partículas de massas,  $m_1$  e  $m_2$ , é proporcional ao produto  $m_1 m_2$ ;
- A força gravítica é sempre atractiva;
- A força gravítica é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre as massas;

$$F_g \propto \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

**Lei de Coulomb**

- A interacção eléctrica existe entre partículas com carga eléctrica;
- A força eléctrica entre duas cargas  $q_1$  e  $q_2$  é proporcional ao produto  $q_1 q_2$ ;
- A força eléctrica é repulsiva entre cargas de mesmo sinal e atractiva entre cargas de sinal oposto.
- A força eléctrica é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre as cargas,

$$F_e \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

Caixa 9.1: Leis da Gravitação Universal e de Coulomb: semelhanças e diferenças.

Coulomb usou, precisamente, uma balança de torção semelhante à de Cavendish para medir o valor de forças entre esferas carregadas. Mas, para medir  $k_C$ , Coulomb precisava de saber qual era o valor das cargas das esferas.

Para um físico parece natural usar a lei de Coulomb para **definir** a unidade de carga. Por exemplo, se disséssemos que a repulsão entre duas cargas unitárias a um metro de distância é, *por definição de unidade de carga*,  $1\text{ N}$ , teríamos,

$$F_e = k_C \frac{1 \times 1}{1^2} = 1\text{ N},$$

o que implica

$$k_C = 1,$$

▷ Atenção: esta fórmula não é correcta no SI!

e a lei de Coulomb perdia um símbolo:

$$F_e = \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

A unidade de carga seria  $\text{N}^{1/2}\text{ m}$  no SI, pois o produto de duas cargas seria igual ao produto de uma força por uma distância ao quadrado,  $\text{N} \times \text{m}^2$ :

$$q_1 q_2 = F_e \times r^2.$$

Contudo, os nossos sistemas de unidades resultam mais de acidentes históricos que da lógica. O caso dos sistemas de unidades eléctricas é especialmente complicado, devido à importância tecnológica dos fenómenos eléctricos.

Em traços gerais os factos são os seguintes. Ao contrário do que é habitual não vale a pena tentar saber porque foram escolhidas estas definições. A história é longa e sinuosa!

- O Coulomb (C), unidade SI de carga eléctrica, **não é definido pela lei de Coulomb**; existe um processo de medir a carga de um corpo que não usa esta lei<sup>4</sup>.
- Isso pareceria implicar que o valor de  $k_C$  teria que ser determinado experimentalmente, já que o Coulomb é definido de um modo independente da lei de Coulomb. Contudo, não é assim: a definição SI do Coulomb é equivalente a postular

---

<sup>4</sup>No sistema SI o Coulomb é definido a partir da unidade de corrente, o Ampère, a qual por sua vez é definida a partir da lei que determina as forças entre duas correntes paralelas.

que a força entre duas cargas de 1 C a uma distância 1 m tem um valor exacto definido por

$$10^{-7} \times c^2 \approx 9,0 \times 10^9 \text{ N},$$

em que  $c$  é o valor SI da velocidade da luz<sup>5</sup>. Ou seja,

$$k_C \frac{1 \times 1}{1^2} = 10^{-7} \times c^2 \Rightarrow k_C \approx 9,0 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}.$$

- Para complicar ainda mais, é usual escrever  $k_C$  na forma algo misteriosa,

$$k_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}.$$

A constante  $\epsilon_0 = 1/(4\pi k_C)$  é designada por **permitividade eléctrica do vazio**.

Em resumo:

- A forças que duas cargas  $q_1$  e  $q_2$  exercem uma na outra a uma distância  $r$  valem em módulo

$$F_e = k_C \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

em que

$$k_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9,0 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}.$$

- Se  $\hat{e}_{21}$  for o versor do vector  $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$ , que une a carga  $q_1$  a  $q_2$ , a força que  $q_1$  exerce em  $q_2$  é:

$$\vec{F}_e = k_C \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{e}_{21}.$$

Como dissemos acima, se  $q_1 q_2 > 0$ , cargas do mesmo sinal, a força é repulsiva, dirigida de  $q_1$  para  $q_2$ , tal como  $\hat{e}_{21}$ ; se  $q_1 q_2 < 0$ , cargas de sinal oposto, a força é atractiva, de sentido oposto a  $\hat{e}_{21}$ .

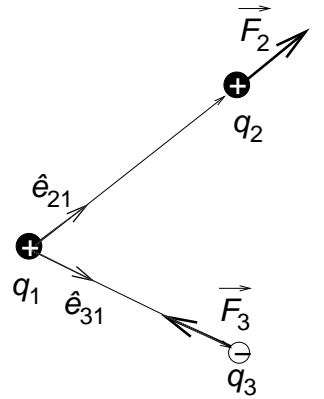


Figura 9.6: As forças entre cargas.

<sup>5</sup>O valor da velocidade da luz no SI é *exactamente*  $c = 299\,792\,458 \text{ m s}^{-1}$ . Este valor é convencionado porque o metro é definido de modo a que a velocidade da luz tenha este valor: um metro é a distância que a luz, no vazio, percorre em  $1/299\,792\,458$  segundos.

$\mathcal{ETV}_4$ : Uma das maneiras comuns de comparar quantitativamente as intensidades da interacção gravítica e eléctrica, consiste em calcular a razão entre a força gravítica e a força eléctrica de duas partículas, por exemplo, dois protões.

- a) Para este efeito, é necessário especificar a distância entre os protões?
- b) Quanto vale esta razão?

### 9.3 Electrificação por contacto

#### ▷ Actividade 9.1

Na actividade 9.1 descrevem-se algumas experiências, que se podem fazer em casa, que evidenciam a possibilidade de certas substâncias ficarem facilmente electrificadas. As observações feitas nessa actividade podem ser explicadas, qualitativamente, com base nas leis acima referidas.

De um modo geral, a matéria é neutra e tem boas razões para o ser. Cargas de sinal oposto atraem-se e cargas do mesmo sinal repelem-se. Isso significa que cargas positivas querem rodear-se de carga negativas e vice-versa. À escala macroscópica qualquer pequena região terá igual número de protões e electrões: carga total nula.

Contudo, basta puxar uma tira de fita-cola de um rolo para criar um desequilíbrio de carga. Este efeito, **efeito tribo-eléctrico**, é muito comum, embora seja extremamente complexo e mal compreendido.

Na superfície de contacto entre dois corpos formam-se ligações químicas que envolvem a partilha de electrões. Ao separar as superfícies essas ligações quebram-se mas os electrões não ficam partilhados igualmente; certos átomos terão maior tendência a ficar com os electrões do que outros. Por exemplo, uma vara de vidro friccionada em lã ficará em geral com excesso de electrões; a lã ficará com menos electrões que cargas positivas. A fricção não é estritamente necessária; mas repete o contacto-separação das superfícies aumentando o desequilíbrio de cargas.

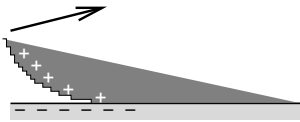


Figura 9.7: Efeito tribo-eléctrico: quando separamos dois corpos, as cargas, em geral, não se dividem igualmente entre eles.

Repare-se que nenhuma carga é criada. Quer as cargas positivas quer as negativas já existem. A electrificação é a sua separação. Por isso, os corpos que estiveram em contacto, a menos que já estivessem carregados, adquirem cargas de sinal oposto e atraem-se<sup>6</sup>.

Contudo, também vimos que um material como o papel pode ser atraído por corpos com carga positiva e por corpos com carga negativa. Que tipo de carga tem o papel, então?

Para responder a esta pergunta vamos considerar o sistema neutro mais simples. O átomo de hidrogénio, um protão e um electrão, tem uma carga total nula. Apesar de neutro, é atraído quer por cargas positivas quer por cargas negativas. Como?

### 9.3.1 Polarização

A carga total de um átomo de hidrogénio é a soma da carga do protão que constitui o seu núcleo e do electrão cuja carga pode ser imaginada na forma de uma nuvem electrónica. Na presença de uma carga, por exemplo positiva, o protão e o electrão ficam sujeitos a forças simétricas e a força total no átomo será:

$$\vec{F}_p = -\vec{F}_e \Rightarrow \vec{F} = \vec{F}_p + \vec{F}_e = 0$$

Nada de novo. O átomo é neutro, a força total é nula.

Contudo, é de esperar que haja um pequeno deslocamento relativo do electrão e do protão em sentidos opostos até que estas forças exteriores sejam equilibradas pela respectiva atracção, conforme ilustrado na figura 9.8. Nesse caso as forças  $\vec{F}_e$  e  $\vec{F}_p$  não são rigorosamente iguais pois a lei de Coulomb implica que a força decai com a distância. O electrão, que é atraído para a carga positiva, aproximou-se desta e é actuado por uma força ligeiramente maior em módulo, do que a do protão, que é repelido. A resultante das duas forças será uma força atractiva em direcção à carga positiva.

Duas cargas simétricas, próximas uma da outra formam um **dipolo eléctrico**. No caso que discutimos, do átomo de hidrogénio, o dipolo forma-se por efeito das forças eléctricas externas. Diz-se que o átomo é **polarizável**.

Certas moléculas, como as da água, são dipolos mesmo na ausência de forças eléctricas externas. Na molécula de água,  $\text{H}_2\text{O}$ , os electrões partilhados nas ligações O – H são deslocados em direcção ao

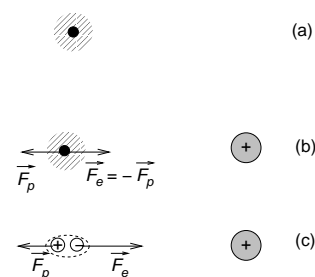


Figura 9.8: (b) A carga externa exerce forças opostas no protão e no electrão do átomo de hidrogénio; (c) havendo um deslocamento relativo destas cargas, por acção dessas forças, a resultante deixa de ser nula e passa a ser atractiva.

<sup>6</sup>É o caso do rolo de fita e das tiras de fita-cola que tiramos do rolo: ver Actividade 9.1.

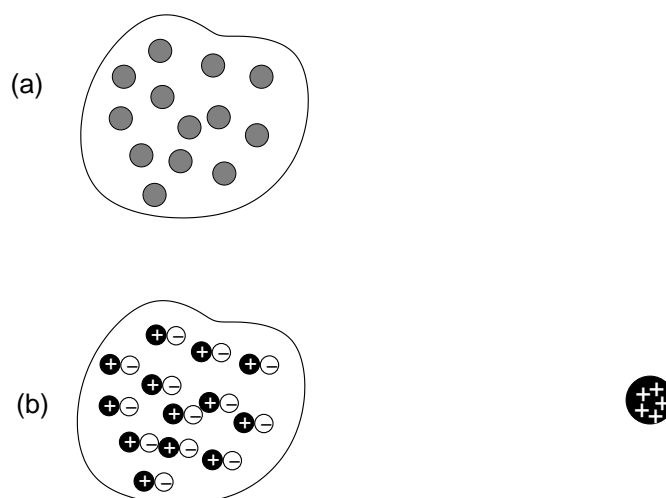


Figura 9.10: Num corpo não carregado as cargas positivas e negativas estão em equilíbrio. Uma carga externa atrai as cargas de sinal oposto ao seu e repele as do mesmo sinal. Como estas forças decaem com a distância à carga exterior, a resultante é uma força atractiva.

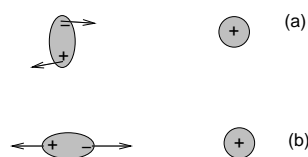


Figura 9.9: Um dipolo permanente, na presença de uma carga externa, roda de modo a aproximar da carga externa a sua extremidade com carga oposta.

núcleo do oxigénio, pelo que o oxigénio fica com carga negativa e os dois hidrogénios com carga positiva. Uma carga positiva externa atrai o oxigénio e repele os hidrogénios e a molécula roda, ficando com o oxigénio do lado da carga externa e os hidrogénios do lado oposto. O efeito final é o mesmo que no átomo de hidrogénio: aproximar cargas opostas e afastar cargas do mesmo sinal que a carga externa. Como a interacção de Coulomb diminui com a distância, a resultante das forças sobre uma molécula de água também tem o sentido da carga externa. Os efeitos de polarização são, contudo, mais intensos quando já existem dipolos permanentes, como no caso da água. Se aproximarmos uma tira de fita-cola de um fio de água de uma torneira, veremos sem dificuldade o efeito da polarização da água: o fio de água é atraído para a fita-cola!

Em resumo, um corpo não carregado tem, não obstante, cargas positivas e negativas. Se aproximarmos uma carga externa, esta atrai as cargas de sinal oposto e repele as do mesmo sinal, criando um ligeiro deslocamento relativo das cargas negativas e positivas do material em sentidos opostos. A carga externa, cria, ou orienta, dipolos eléctricos, cujas extremidades de carga de sinal oposta ao da carga externa ficam mais próximas da mesma (ver fig. 9.10); como a interacção de Coulomb diminui com a distância, a resultante da força sobre todos os dipolos é atractiva.

$\mathcal{ETV}_5$ : Um dipolo é constituído por duas cargas  $q$  e  $-q$  em que  $q = 1\ \mu\text{C}$ , separadas de uma distância de  $1\ \text{mm}$  (fig. 9.11). Qual é a resultante das forças que uma carga de  $Q = 10\ \mu\text{C}$  a uma distância de  $1\ \text{m}$  exerce no dipolo, se este estiver alinhado na direcção da carga, com a carga negativa mais próxima de  $Q$ ?

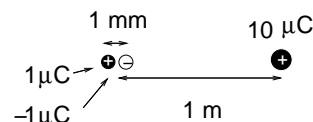


Figura 9.11: Qual é o valor da força resultante no dipolo?

### 9.3.2 Metais e isoladores

Num átomo ou numa molécula os electrões estão “ligados” aos respectivos núcleos: isto é, sob a acção de uma força eléctrica exterior eles deslocam-se ligeiramente em relação aos núcleos positivos, mas esse deslocamento da configuração de equilíbrio origina forças internas, forças restauradoras, que limitam esse afastamento. Em certos materiais só existem electrões ligados. Estes materiais podem ser polarizados mas os deslocamentos dos electrões são limitados a distâncias da ordem de grandeza do tamanho do átomos: são materiais **isoladores**. A sua polarização resulta da formação ou reorientação de dipolos eléctricos.

Notavelmente, numa classe importante de materiais, os **metais**, alguns electrões, designados por electrões de condução, não estão ligados. Não estão sujeitos a forças restauradoras e podem deslocar-se no sólido distâncias macroscópicas, estando limitados apenas pela superfície do sólido.

Num sólido referimo-nos, normalmente, apenas aos movimentos dos electrões, pois quase toda a massa do sólido é a massa dos núcleos. De um modo geral, ao fixar a posição do sólido, estamos a fixar a posição dos núcleos que o constituem. Os deslocamentos de carga podem ser vistos como movimentos de electrões relativamente a esta rede de núcleos de carga positiva<sup>7</sup>.

O efeito tribo-eléctrico também ocorre com metais. Enquanto que num isolador a carga em excesso fica localizada na região onde se produziu por contacto-separação, num metal os electrões livres podem deslocar-se de modo a compensar essa carga. Se foi criado um excesso de electrões numa zona do metal, a repulsão entre eles

<sup>7</sup>Numa classe importante de materiais existem protões em estruturas chamadas “pontes de hidrogénio” que podem mover-se entre duas posições de equilíbrio na rede de núcleos. Estes movimentos podem dar uma contribuição muito importante para a polarização destes materiais.

fá-los afastar uns dos outros. Se, ao contrário, uma região do metal ficou com excesso de carga positiva, os electrões de outros pontos são atraídos para aí, compensando esse excesso e deixando outras regiões positivas; é como se a carga positiva em excesso também se espalhasse. A carga de um metal é móvel quer seja positiva, quer seja negativa. Como cargas do mesmo sinal se repelem, afastam-se o mais possível e acabam por se acumular na superfície do metal.

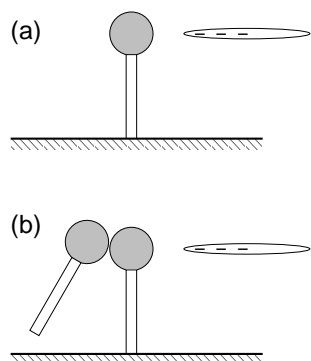


Figura 9.12: Se tocarmos com uma segunda esfera metálica na primeira, quando se separam ficam carregadas?

$\mathcal{ETV}_6$ : Uma vara de vidro, carregada negativamente, é aproximada de uma esfera metálica, sem carga, apoiada num suporte isolador.

- a) Qual passa a ser a carga total da esfera metálica? Continua descarregada?
- b) Se tocarmos na primeira esfera, no lado mais afastado da vara de vidro, com uma outra esfera metálica, também com suporte isolador, depois de separadas, que sinais tem as cargas das duas esferas?
- c) Qual delas atrai mais fortemente um pedaço de papel (não carregado)?

### 9.3.3 Electrostática e humidade

Nos tempos em que ainda havia chuva, os professores de zonas húmidas, como a região do Porto, tinham muita dificuldade em realizar demonstrações de electrostática. A presença da humidade aumenta o conteúdo de água dos materiais. Embora a água destilada seja um dielétrico, os materiais dissolvidos na água estão na forma de iões móveis. Um objecto não se mantém carregado se as suas cargas se puderem movimentar através de um fluido como a água. As cargas do mesmo sinal repelem-se e de sinais opostos atraem-se. Uma carga “gosta” de estar rodeada de cargas de sinal oposto. Por isso, em condições de elevada humidade, a neutralidade restabelece-se rapidamente.

## 9.4 Campo eléctrico

Se uma partícula de massa  $m$ , colocada numa posição  $\vec{r}$ , é actuada por uma força gravítica,  $\vec{F}_g$ , dizemos que nesse ponto existe um campo gravítico. Como vimos no capítulo anterior, o valor da força é proporcional à massa da partícula,

$$\vec{F}_g = m\vec{G}(\vec{r}),$$

pelo que  $\vec{G}(\vec{r}) = \vec{F}_g/m$  é o mesmo para qualquer partícula que esteja em  $\vec{r}$ ; por outras palavras,  $\vec{G}(\vec{r})$  é o campo gravítico em  $\vec{r}$ . Devido à segunda lei de Newton, a força por unidade de massa,  $\vec{G}(\vec{r})$ , é também a aceleração da partícula quando está em  $\vec{r}$ , se estiver sujeita apenas a forças gravíticas: o campo gravítico é um campo de acelerações.

Suponhamos agora que na vizinhança de  $\vec{r}$  existem partículas carregadas, com cargas,  $q_1, q_2 \dots$ . Se a partícula colocada em  $\vec{r}$  tiver carga eléctrica,  $q_0$ , fica também sujeita a uma força de origem eléctrica, devida à presença das outras cargas:

$$\vec{F}_e = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \dots$$

Como

$$\begin{aligned} \vec{F}_1 &\propto q_0 q_1 \\ \vec{F}_2 &\propto q_0 q_2 \\ &\vdots \end{aligned}$$

a força eléctrica sobre a partícula será proporcional à respectiva carga:

$$\vec{F}_e = q_0 \vec{E}(\vec{r})$$

A força por unidade de carga,  $\vec{E}(\vec{r})$ , depende das posições e valores das outras cargas, que criam o campo em  $\vec{r}$ , mas não da carga que colocámos em  $\vec{r}$ :  $\vec{E}(\vec{r})$  é o **campo eléctrico** em  $\vec{r}$ .

Note-se a distinção que fizemos entre as partículas que criam o campo,  $q_1, q_2 \dots$ , e a chamada carga de prova,  $q_0$ , que usámos mentalmente para definir o valor do campo num ponto. Esta distinção é apenas para nosso benefício, para tornar mais claro o conceito de campo. Entre cargas existe completa democracia: todas criam campos eléctricos e todas são actuadas pelo campo eléctrico. Apesar disso, esta ideia de separar, mentalmente, as cargas que criam o campo da carga de prova é muito útil e recorreremos a ela mais vezes.

Um vez  $q \times \vec{E}$  é uma força, a unidade de campo eléctrico é o  $\text{NC}^{-1}$ .

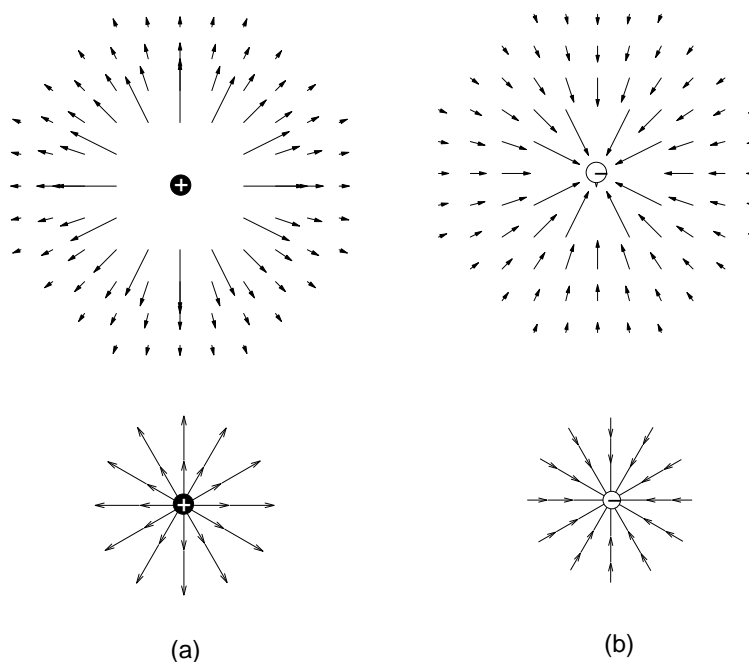


Figura 9.13: Representações do campo eléctrico; (a) de uma carga positiva; (b) de uma carga negativa. O sentido do campo é o da força sobre uma carga de prova *positiva*. A representação só está feita num plano. O campo é não nulo em todo o espaço.

### 9.4.1 Campo de uma carga pontual

Uma carga pontual  $q$  exerce numa carga  $q_0$  colocada numa posição  $\vec{r}$  relativamente à primeira uma força

$$\vec{F}(\vec{r}) = k_C \frac{qq_0}{r^2} \hat{e}_r,$$

em que  $\hat{e}_r$  é o versor da direcção  $\vec{r}$  (origem na posição da carga  $q$ ). O campo eléctrico criado pela carga  $q$  em  $\vec{r}$  é

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}}{q_0} = k_C \frac{q}{r^2} \hat{e}_r.$$

O sentido do campo depende do sinal da carga que o cria. Se  $q > 0$ , tem o mesmo sentido que  $\hat{e}_r$ : aponta da carga  $q$  para fora; se  $q < 0$  tem o sentido oposto ao de  $\hat{e}_r$ : aponta para a carga que cria o campo.

O campo eléctrico é um campo vectorial, tal como o campo gravítico ou o campo de velocidades de um fluido. A cada ponto do espaço está associado um vector  $\vec{E}(\vec{r})$ . Podemos usar as mesmas representações gráficas que usámos para o campo de velocidades ou o

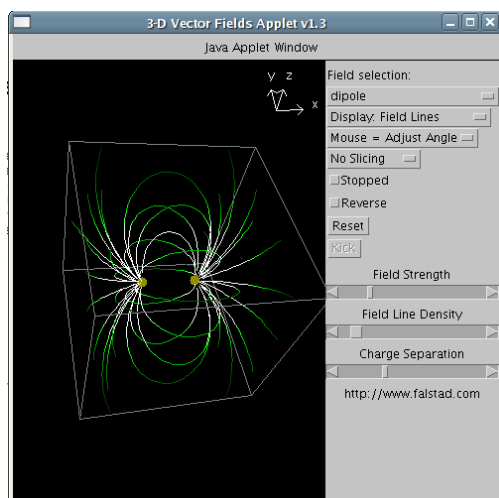


Figura 9.14: Imagem de um *applet* de visualização tri-dimensional do campo eléctrico de autoria de Paul Falstad [1].

campo gravítico. As linhas tangentes ao campo eléctrico em cada ponto são designadas por linhas de campo. O conceito de linhas de campo é uma das muitas contribuições científicas de Michael Faraday, um nome bem conhecido dos alunos deste projecto.

Uma carga de prova,  $q_0$ , colocada numa região onde exista um campo eléctrico, ficará sujeita a uma força com o sentido do campo se for positiva,  $q_0 > 0$  e de sentido oposto, se for negativa,  $q_0 < 0$ . O módulo da força,  $F$ , será

$$F = |q_0|E(\vec{r})$$

em que  $E(\vec{r}) = |\vec{E}(\vec{r})|$ .

A lei de Coulomb e o princípio de sobreposição permitem-se calcular o campo de qualquer configuração de cargas. Basta somarmos os campos de cada carga, já que a força sobre uma carga de prova é também a soma das forças exercidas por cada carga. Contudo, isso é mais fácil de dizer do que fazer. Um centímetro cúbico de um metal pode ter mais de  $10^{22}$  electrões e outros tantos protões. No portal do projecto, em [webfisica/fis\\_applets](http://webfisica/fis_applets) reuniram-se duas animações em Java, que permitem visualizar o campo de diferentes distribuições de carga em duas e três dimensões usando várias representações (fig. 9.14). Valem bem uma visita!

$\mathcal{ETV}_7$ : Nos *applets* de visualização de campos eléctricos verifica-se que as linhas de campo se iniciam nas cargas positivas e terminam nas negativas, ou no infinito. Porquê? Como é de esperar que sejam as linhas de força junto de uma carga pontual?

## 9.5 Potencial eléctrico

### 9.5.1 Energia potencial de um campo de forças

Quando um corpo está sujeito a um campo de forças, seja ele gravítico ou eléctrico, se o quisermos deslocar, temos que aplicar uma força externa oposta à do campo de forças. Ao deslocá-lo realizamos trabalho e trabalho é transferência de energia. Se não acelerarmos o corpo, não variamos a sua energia cinética; se não houver dissipação, atrito, ou viscosidade, o trabalho que realizamos é a variação de energia potencial do corpo no campo de forças.

Assim, para deslocarmos o corpo de  $\vec{r}_i \rightarrow \vec{r}_f$ , o trabalho externo é

$$w_{\text{ext}} = E_p(\vec{r}_f) - E_p(\vec{r}_i) = \Delta E_p. \quad (9.1)$$

Nada de misterioso neste conceito: para deslocar um corpo num campo de forças, sem o acelerar, temos que realizar trabalho externo; a energia cinética mantém-se (aceleração nula), logo é a energia potencial do corpo que varia; se  $w_{\text{ext}} > 0$  passamos energia para o sistema e  $\Delta E_p > 0$ ; se  $w_{\text{ext}} < 0$  recebemos energia e  $\Delta E_p < 0$ .

Uma vez que a força externa,  $\vec{F}_{\text{ext}}$ , tem que ser simétrica da força eléctrica (ou gravítica) do campo de forças para não haver aceleração, o trabalho da força do campo é o simétrico do trabalho externo,  $-w_{\text{ext}}$ . Ou seja, ao deslocar o corpo de  $\vec{r}_i \rightarrow \vec{r}_f$  o trabalho das forças do campo é

$$w_{\text{campo}} = -(E_p(\vec{r}_f) - E_p(\vec{r}_i)) = -\Delta E_p. \quad (9.2)$$

Existe uma outra maneira de ver a equação 9.2. Quando o corpo se desloca sujeito ao campo de forças apenas, sem força externa, como, por exemplo, numa queda livre no campo gravítico, o trabalho do campo é a variação de energia cinética do corpo:

$$w_{\text{campo}} = \Delta E_c.$$

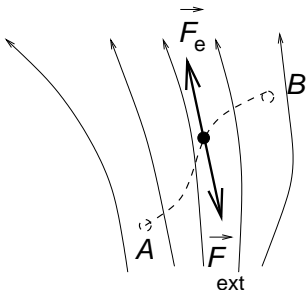


Figura 9.15: Para deslocar um corpo sem o acelerar, a força externa tem de cancelar a força do campo.

Se a energia se conserva,

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0,$$

logo

$$w_{\text{campo}} = -\Delta E_p.$$

Um campo de forças que satisfaça esta relação,

o trabalho realizado pelas forças do campo entre dois pontos  $\vec{r}_i$  e  $\vec{r}_f$  é a diferença de energias potenciais,  $E_p(\vec{r}_i) - E_p(\vec{r}_f)$ ,

$$w_{i \rightarrow f} = E_p(\vec{r}_i) - E_p(\vec{r}_f) = -\Delta E_p,$$

diz-se um **campo conservativo**.

### 9.5.2 Energia potencial de duas cargas

Se quisermos calcular a energia potencial de duas cargas  $q_1$  e  $q_2$  usamos uma das “receitas” acima indicadas: movemos uma carga no campo da outra e calculamos o trabalho que temos de realizar externamente; ou largamos uma das cargas e vemos qual é trabalho do campo eléctrico no seu deslocamento. Mas nem isto precisamos de fazer porque já o fizemos no capítulo 8.

Quando estudámos o campo gravítico, concluímos que a energia potencial gravítica de duas partículas de massa,  $m_1$  e  $m_2$ , a uma distância  $r$ , era dada por

$$E_p = -G \frac{m_1 m_2}{r}.$$

Comparemos a lei da gravitação,

$$\vec{F}_g = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{e}_{21},$$

e a de Coulomb,

$$\vec{F}_e = k_C \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{e}_{21}.$$

Passamos de uma para a outra se fizermos as seguintes substituições na lei de força gravítica:

$$\begin{aligned} m_1 &\rightarrow q_1 \\ m_2 &\rightarrow q_2 \\ G &\rightarrow -k_C. \end{aligned} \tag{9.3}$$

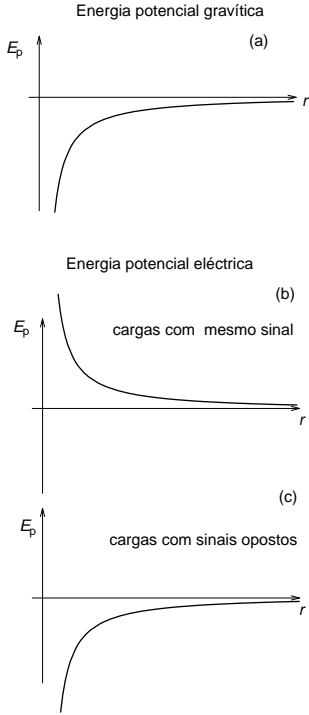


Figura 9.16: Comparação das energias potencial gravítica, (a), e eléctrica, (b) e (c), de duas partículas, em função da distância entre elas. Escalas verticais arbitrárias.

A matemática não quer saber do nome dos parâmetros. Se o trabalho da primeira força entre  $\vec{r}_i$  e  $\vec{r}_f$  é

$$w_g = E_p(\vec{r}_i) - E_p(\vec{r}_f) = -G \frac{m_1 m_2}{r_i} + G \frac{m_1 m_2}{r_f}.$$

o trabalho da força eléctrica tem que ser o que se obtém desta expressão com as substituições da equação 9.3:

$$w_e = E_p(\vec{r}_i) - E_p(\vec{r}_f) = k_C \frac{q_1 q_2}{r_i} - k_C \frac{q_1 q_2}{r_f}.$$

A **energia potencial eléctrica** de interacção de duas cargas à distância  $r$  será

$$E_p = k_C \frac{q_1 q_2}{r}. \quad (9.4)$$

Este resultado bate certo com as nossas expectativas (fig. 9.16):

- Se  $q_1 q_2 > 0$ , cargas do mesmo sinal,  $E_p(r)$  é positivo: quando aumentamos  $r$  a energia potencial diminui. Se as partículas estiverem apenas sujeitas à força eléctrica, aceleram à medida que se afastam, já que a força é repulsiva. A energia potencial converte-se em cinética e diminui.
- Se  $q_1 q_2 < 0$ , cargas de sinal oposto,  $E_p(r)$  é negativo e aumenta com o aumento de  $r$ ; certo de novo! Se largarmos as partículas, elas aceleram *aproximando-se*. A energia cinética aumenta e a potencial diminui (mais negativa) quando as partículas se aproximam.

Para separar cargas que se atraem, temos que exercer forças externas no sentido do deslocamento,  $w_{\text{ext}} > 0$ , e a energia do sistema aumenta:  $\Delta E_p > 0$ . Para *aproximar* cargas que se repelem temos igualmente  $w_{\text{ext}} > 0$  e  $\Delta E_p > 0$ .

### 9.5.3 Definição de potencial eléctrico

A força eléctrica sobre uma carga de prova  $q_0$  que se move num campo  $\vec{E}(\vec{r})$  é proporcional a  $q_0$ ;  $\vec{F}_{\text{ext}} = q_0 \vec{E}$ . O mesmo acontece com o respectivo trabalho,  $w_e \propto q_0$ , e, consequentemente, com a energia potencial da carga de prova,  $E_p \propto q_0$ . A **energia potencial por unidade de carga**,

$$V = \frac{E_p}{q_0},$$

é independente da carga de prova, só depende do campo eléctrico em que ela se move: Designa-se por **potencial eléctrico**, ou simplesmente, potencial. Já tínhamos definido de um modo equivalente o conceito de potencial gravítico.

No caso do campo criado por uma carga pontual  $q$  (coincidente com a origem do sistema de eixos) a energia potencial de uma carga de prova à distância  $r$  é<sup>8</sup>,

$$E_p = k_C \frac{q_0 q}{r},$$

ou seja,

$$V(\vec{r}) = k_C \frac{q}{r}.$$

A unidade SI de potencial,  $\text{JC}^{-1}$ , recebeu o nome **Volt (V)** em homenagem ao físico/químico italiano Alessandro Volta.

### O electrão-volt

O conhecimento do potencial eléctrico é muito útil quando se estuda o movimento de cargas sob acção de um campo eléctrico.

Quando um electrão se desloca entre dois pontos de potenciais  $V_1 = V(\vec{r}_1)$  e  $V_2 = V(\vec{r}_2)$ , a sua energia potencial varia de

$$\Delta E_p = (-e)(V_2 - V_1).$$

Se  $\Delta V > 0$ , a variação de energia potencial do electrão é negativa, o que significa que a sua energia cinética aumenta de:

$$\Delta E_c = e(V_2 - V_1). \quad (9.5)$$

O electrão é acelerado em direcção a regiões de potencial mais elevado. O resultado da equação 9.5 está na base de uma unidade de energia muito usada em física de partículas, o **electrão-volt (eV)**:

O electrão-volt, **eV**, é a variação de energia cinética de um electrão acelerado por um campo eléctrico entre dois pontos com uma diferença de potencial de 1 V.

---

<sup>8</sup> Afinal esta é a energia potencial da carga de prova, ou a energia de interacção das duas cargas? Quando consideramos apenas o movimento da carga de prova, mantendo as outras fixas, a energia potencial de interacção varia apenas com a posição da carga de prova. Nesse caso podemos chamar-lhe “energia potencial da carga de prova”.

Se a diferença de potencial é 1 V a variação de energia cinética de um electrão é 1 eV; se  $\Delta V = 1000 \text{ V}$ , a variação de energia do electrão é de  $1000 \text{ eV} = 1 \text{ keV}$ . Visto que a diferença de potencial é muito fácil de medir, esta unidade resulta muito prática.

A energia em Joule de 1 eV, é dada por  $e\Delta V = e \times 1$ . Dado que  $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ , temos

$$1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}.$$

$\mathcal{ETV}_8$ : Rutherford descobriu a existência do núcleo atómico dirigindo um feixe de partículas  $\alpha$  de energia cinética  $E_c = 5 \text{ MeV} = 5 \times 10^6 \text{ eV}$ , contra uma fina folha de ouro. Verificou que algumas partículas  $\alpha$  eram reflectidas. Interpretou estes eventos como colisões frontais entre uma partícula  $\alpha$  e um núcleo de ouro ( $Z = 79$ ).

- a) O núcleo de ouro tem uma posição fixa pela rede cristalina da folha. Para que distância do núcleo de ouro é que se verifica a paragem e subsequente inversão de velocidade de uma partícula  $\alpha$  de energia 5 MeV?
- b) Como se compara essa distância com o tamanho típico de um átomo,  $\sim 1 \text{ \AA}$ ?

#### 9.5.4 Superfícies equipotenciais

No caso do campo de uma carga pontual, os pontos a igual distância da carga correspondem ao mesmo valor do potencial: definem uma superfície **equipotencial**. No caso do campo de uma carga pontual estas superfícies são esferas centradas na posição da carga (fig. 9.17).

Não é por acaso que as linhas de campo da figura 9.17 são perpendiculares às superfícies equipotenciais. Se deslocarmos uma carga de prova sobre uma superfície equipotencial, a sua energia potencial não varia,  $q_0\Delta V = q_0 \times 0$ . Isso significa que a força eléctrica não realiza trabalho, pelo que tem de ser perpendicular

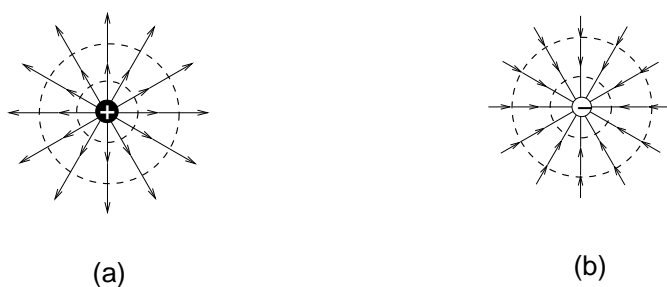


Figura 9.17: As intersecções das superfícies equipotenciais com o plano de representação são círculos (a tracejado); (a) No caso da partícula de carga positiva o círculo exterior corresponde a um potencial menor que o interior; (b) No caso da carga negativa é ao contrário. Uma carga positiva acelera na direcção em que o potencial diminui.

ao deslocamento. Por isso as linhas de campo são sempre normais às superfícies equipotenciais.

O *applet* de simulação de campos a três dimensões, disponível no Portal do projecto, tem excelentes ferramentas para visualizar superfícies equipotenciais<sup>9</sup>.

### Metais e superfícies equipotenciais

Vimos acima que um metal é um material em que uma parte dos electrões são livres de se deslocarem sem que surjam forças restauradoras. Se existir um campo eléctrico no interior de um metal, os electrões deslocar-se-ão; uma situação estática, de equilíbrio, só é possível se o campo no interior do metal for nulo. O que acontece então se um metal for colocado num campo eléctrico, por exemplo, se estiver perto de uma carga positiva, conforme se mostra na figura 9.18?

É bom de ver que os electrões do metal serão atraídos em direcção à carga exterior. Quando isso acontece o campo eléctrico deixa de ser apenas o da carga exterior. O metal deixará de estar neutro em todos os pontos; passará a haver regiões carregadas negativamente, do lado da carga exterior, e regiões carregadas positivamente por terem perdido electrões. Este campo somar-se-á vectorialmente ao campo exterior. O que é curioso é que este processo de deslocamento electrónico só pode parar se o campo no interior do metal for nulo. Mas, por outro lado, se o campo no interior do metal for nulo, os electrões do interior do metal não estão sujeitos a qualquer

<sup>9</sup>O endereço é [http://faraday.fc.up.pt/Faraday/Recursos/webfisica/fis\\_applets/campo3D.html](http://faraday.fc.up.pt/Faraday/Recursos/webfisica/fis_applets/campo3D.html) e o *applet* de autoria de Paul Falstad [1].

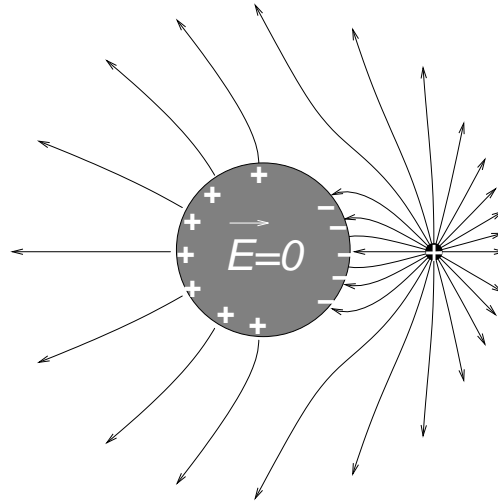


Figura 9.18: Carga junto de uma esfera metálica neutra.

força exterior; a situação será a mesma que existia na ausência de campo: neutralidade. Na superfície, ao contrário, podemos ter acumulação de carga. Os electrões não podem sair do metal, embora se possam deslocar livremente dentro dele.

Em resumo, uma situação de equilíbrio torna-se possível porque uma acumulação de carga na superfície do metal (negativa do lado da carga e positiva do lado oposto) **cancela completamente** o campo no interior do mesmo. A este efeito chama-se **blindagem electrostática**.

Uma consequência deste facto é que as superfícies metálicas são sempre **equipotenciais**. Aliás todo o volume do metal está ao mesmo potencial. Dois pontos do metal, à superfície ou no interior, podem ser ligados por um caminho no interior do metal, onde  $\vec{E} = 0$ : o trabalho das forças eléctricas é nulo nesse deslocamento, ou seja, o potencial eléctrico não varia. Pode-se ver na figura 9.18, que as linhas de campo são, efectivamente, normais à superfície da esfera em cada ponto.

$\mathcal{ETV}_9$  : O que acontece ao campo da figura 9.18, se retirarmos a parte interior do metal, deixando uma esfera oca?

### Poder das pontas

Suponhamos que temos dois eléctrodos metálicos com a curiosa configuração da figura 9.19. Uma vez que as superfícies metálicas são equipotenciais, o potencial em  $C$  é o mesmo que em  $A$  e em  $D$  o mesmo que em  $B$ . Ou seja, a diferença de potencial é a mesma entre  $C$  e  $D$  que entre  $A$  e  $B$ :  $1000\text{ V}$ . O trabalho das forças eléctricas sobre uma carga de prova é o mesmo para o deslocamento entre  $C$  e  $D$  que entre  $A$  e  $B$ . Como a distância é muito menor, só nos resta uma conclusão: o campo eléctrico junto das duas pontas,  $C$  e  $D$ , é muito superior ao campo no espaço entre as placas!

Este é um exemplo do chamado “poder das pontas”. Se a distância entre  $C$  e  $D$  for suficientemente pequena e um ião do ar vaguear pela região entre as pontas, pode ocorrer uma “catástrofe”.

Esse ião será acelerado pelo campo eléctrico. Normalmente, dispersaria a energia cinética extra em meigas colisões com moléculas do ar. Contudo, se o campo for suficientemente elevado, a energia cinética adicional que adquiriu até à primeira colisão pode ser suficiente para extrair um electrão da molécula com que colide, criando um par electrão-ião positivo. Estes, por sua vez, são também acelerados pelo campo, em direcções opostas, podendo criar mais pares carregados. Cada par cria mais iões e rapidamente temos um grande número de iões positivos acelerados em direcção ao eléctrodo negativo e electrões em direcção ao eléctrodo positivo: dá-se uma descarga<sup>10</sup>. Esta passagem de carga é acompanhada da emissão de luz (moléculas em estados electrónicos excitados emitem luz ao voltar ao estado de energia mais baixa) e de um forte aumento de temperatura (energia cinética das moléculas aumenta na colisões com as cargas aceleradas): temos uma faísca<sup>11</sup>!

Na figura 9.20 mostra-se por que razão uma antena metálica pode concentrar as descargas de uma trovoadas. A Terra e a antena formam um objecto condutor, com propriedades metálicas, e, por isso, o topo da antena está ao mesmo potencial que a Terra. Para uma dada diferença de potencial em relação à nuvem, o campo eléctrico será muito mais elevado no topo da antena: é muito mais provável que a descarga ocorra aí. Uma casa pode pois ser protegida de descargas eléctricas em trovoadas por uma ponta metálica ligada à Terra. Este dispositivo, o pára-raios, é atribuído a Benjamin Franklin, que o descobriu voando papagaios durante tro-

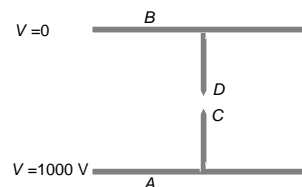


Figura 9.19: A diferença de potencial entre  $C$  e  $D$  é a mesma que entre  $A$  e  $B$ , se estes eléctrodos forem metálicos.

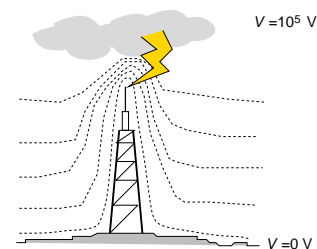


Figura 9.20: O campo eléctrico é muito mais elevado no topo da antena, onde as equipotenciais estão mais juntas e o potencial varia mais rapidamente.

<sup>10</sup>Chama-se **descarga**, precisamente, porque a carga dos eléctrodos diminui.

<sup>11</sup>O ruído emitido numa faísca, o trovão, é devido ao aumento de temperatura. A expansão muito rápida do gás aquecido origina uma onda de pressão.

voadas, com considerável risco para a sua vida.

$\mathcal{E}\mathcal{T}\mathcal{V}_{10}$ : Na descarga da figura 9.20 em que sentido se movem os electrões e os iões positivos?

## 9.6 Condensadores

Sempre que separamos cargas positivas de negativas temos que realizar trabalho contra as forças eléctricas; ou seja aumentar a energia electrostática.

Um condensador é um dispositivo onde podemos armazenar, estaticamente, essa energia. Infelizmente, como veremos, não são muito práticos para armazenar as quantidades de energia que usamos na nossa tecnologia. Por isso, ainda hoje, a parte mais pesada dos telemóveis é a bateria; a energia necessária para o funcionamento dos telemóveis, por exemplo, resulta de reacções químicas, não de condensadores.

Contudo, bancos de condensadores são usados nas redes de distribuição eléctrica para evitar picos de potência. Se por alguma razão há uma quebra brusca de consumo e as centrais injectam mais energia na rede do que esta está a consumir, os bancos de condensadores podem armazenar essa energia, contribuindo para eliminar picos de potência. Os chamados super-condensadores, condensadores de elevada capacidade, são já usados também em veículos eléctricos.

Os condensadores desempenham ainda um papel fundamental em todos os circuitos electrónicos. Para que uma massa oscile, temos que ter um dispositivo, como uma mola, capaz de armazenar a energia sob a forma de energia potencial, quando a massa está a reduzir a velocidade, e de a ceder de novo para acelerar a massa no sentido oposto. De igual modo, num circuito eléctrico podemos ter oscilações se pudermos armazenar a energia sob a forma de energia potencial eléctrica<sup>12</sup>. O condensador desempenha esse papel.

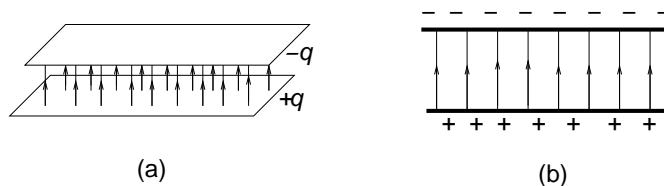


Figura 9.21: Linhas de campo num condensador plano; (a) perspectiva; (b) corte.

### 9.6.1 O campo num condensador plano

O condensador mais simples é constituído por duas placas metálicas paralelas, separadas por um material isolador. Diz-se que o condensador está carregado com carga  $q$  quando as duas placas têm cargas idênticas de sinal oposto,  $q$  e  $-q$ .

A configuração do campo eléctrico é muito simples e está representada na figura 9.21:

- entre as placas o campo tem um valor constante, direcção perpendicular às placas e sentido da placa positiva para a negativa;
- fora das placas o campo é nulo;

Na verdade, esta descrição só é exacta se as placas forem planos infinitos, uma situação muito pouco prática. Contudo, é uma boa aproximação quando a separação entre as placas é muito menor que as suas dimensões.

Comecemos por imaginar um plano (infinito) carregado positivamente. Não é difícil perceber que as linhas de força do campo são linhas perpendiculares ao plano (figura 9.22). Há várias maneiras de chegar a esta conclusão.

- Por cada carga do plano que cria num ponto um campo com uma componente paralela ao plano, existe outra carga que cria um campo cuja componente paralela ao plano cancela a anterior; só não há cancelamento na direcção perpendicular.
- Não pode haver variação de energia potencial de uma carga de prova quando o deslocamento é paralelo ao plano; todos os

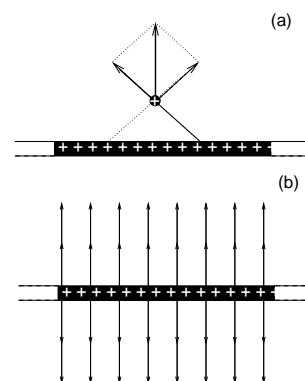


Figura 9.22: (a) Se o plano de carga for infinito, a força sobre uma carga só tem componente não nula na direcção perpendicular ao plano; (b) As linhas de força do campo eléctrico são perpendiculares ao plano de carga.

<sup>12</sup>Os circuitos oscilantes estão no coração do funcionamento dos computadores, por exemplo. O relógio interno, que marca o compasso e garante o sincronismo de todas as operações de um computador, é um oscilador!

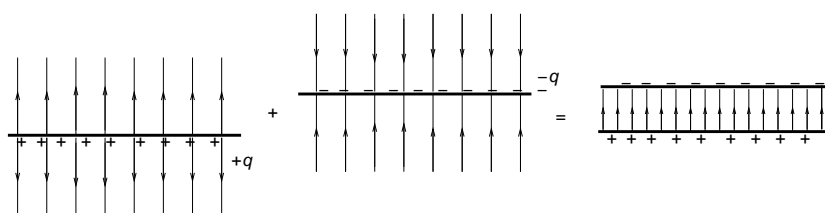


Figura 9.23: A soma dos campos de dois planos de cargas simétricas dá o campo do condensador plano.

pontos à mesma distância do plano são equivalentes. Logo, as superfícies equipotenciais são planos paralelos ao plano carregado. As linhas de força são perpendiculares a essas superfícies.

Já não é tão evidente, mas é verdade, que a intensidade do campo **não depende da distância ao plano**. Este resultado é consequência da Lei de Coulomb, conforme se explica na secção 9.6.4.

Usando este resultado, o princípio de sobreposição permite-nos calcular o campo de um condensador plano somando os campos de duas placas paralelas com cargas simétricas. Conforme se mostra na figura 9.23, os sentidos dos campos das duas placas são opostos na região exterior a ambas as placas e idênticos na região entre elas. Ao somar os campos das duas placas obtemos um campo uniforme entre as placas e nulo fora delas.

Uma vez que o campo é uniforme no interior do condensador, o trabalho das forças eléctricas no deslocamento de uma carga de prova  $q_0$  entre a placa positiva e a negativa é

$$w_e = F_e \times d = q_0 E d,$$

em que  $E = |\vec{E}|$  e  $d$  a distância entre as placas. A variação de energia potencial é  $\Delta E_p = -w_e = -q_0 E d$ ; como  $\Delta E_p = q_0 (V_- - V_+)$ , o potencial é mais elevado na placa positiva:

$$V_+ - V_- = E d.$$

$\mathcal{E}\mathcal{T}\mathcal{V}_{11}$  : A unidade SI de campo eléctrico pode ser a de uma força por unidade de carga,  $\text{NC}^{-1}$ , ou de uma diferença de potencial por unidade de comprimento,  $\text{Vm}^{-1}$ .

- a) Para um condensador plano com  $d = 1 \text{ mm}$  e  $\Delta V = 100 \text{ V}$  quanto vale o campo em  $\text{Vm}^{-1}$ ?
- b) E em  $\text{NC}^{-1}$ ?

### 9.6.2 Capacidade de um condensador

O campo eléctrico de um condensador plano, aliás de qualquer condensador, é proporcional à carga do mesmo. Este resultado decorre do princípio de sobreposição. Se substituíssemos cada carga de um condensador por uma carga dupla, o campo eléctrico duplicaria também: seria a soma de dois campos idênticos ao primeiro.

A diferença de potencial,  $\Delta V$ , entre as placas de um condensador também é proporcional à respectiva carga. A diferença de potencial é determinada pelo trabalho das forças eléctricas no deslocamento de uma carga de prova entre dois pontos, que por sua vez é proporcional ao valor do campo eléctrico.

Assim, podemos concluir que

$$\Delta V \propto q$$

o que permite definir a **capacidade**  $C$  de um condensador como

$$\Delta V = \frac{q}{C} \quad \text{ou} \quad q = C\Delta V. \quad (9.6)$$

Quanto maior for a capacidade, maior será a carga para a mesma diferença de potencial: daí o nome. A unidade SI de capacidade,  $\text{CV}^{-1}$ , tem o nome FARAD (em homenagem a Michael Faraday) e abreviatura F.

#### Capacidade de um condensador plano

Na actividade 9.3 faz-se o estudo do condensador plano e verifica-se que a capacidade é proporcional à área das placas e inversamente

▷ Actividade 9.3

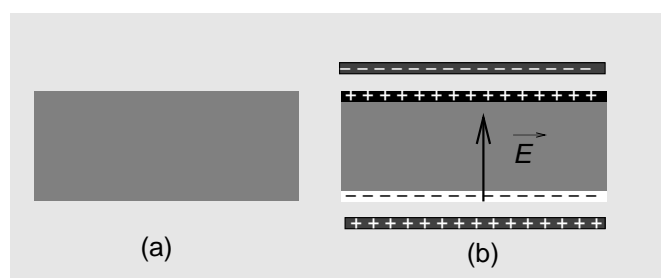


Figura 9.24: (a) Se as cargas positivas (preto) e negativas (branco) estiverem igualmente distribuídas, o dieléctrico é neutro (cinzento); (b) um deslocamento relativo de cargas opostas em sentidos opostos, por acção de um campo externo, implica o aparecimento de carga não compensada duas superfícies.

proporcional à distância entre elas:

$$C \propto \frac{A}{d}.$$

Se o espaço entre as placas estiver vazio a constante de proporcionalidade é simplesmente a permitividade eléctrica do vazio:

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}.$$

O módulo do campo eléctrico é

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{q}{dC} = \frac{q}{\varepsilon_0 A}$$

em que  $\Delta V = V_+ - V_-$  é a diferença de potencial entre as placas positiva e negativa.

Se compararmos esta expressão com a do campo de uma carga pontual, vemos algumas semelhanças: o campo é proporcional à carga das placas e inversamente proporcional a  $\varepsilon_0$ , tal como na lei de Coulomb; em vez do factor  $r^2$  da lei de Coulomb aparece a área das placas (que tem, naturalmente, as mesmas unidades que  $r^2$ ).

### Constante dieléctrica

Quando introduzimos um isolador entre as placas do condensador, mantendo a carga nas placas constante, a capacidade aumenta e o campo eléctrico diminui. Porquê?

A seguinte imagem pode ajudar a compreender este processo. Imaginemos uma sala cheia de pares dançantes em que as senhoras vestem de branco e os cavalheiros de preto. Os pares, perfeitamente misturados, ocupam uma sala rectangular. Vista de

longe a pista de dança parece uma mancha cinzenta. Se, agora, todas as senhoras derem um passo em direcção a um dos lados da sala, as cores continuam bem misturadas no meio da sala, mas ficará uma fila branca no lado para onde as senhoras se deslocaram e uma fila preta do lado oposto.

Sem o campo do condensador as cargas positivas e negativas do dieléctrico estão distribuídas, como os pares dançantes, de tal maneira que a carga total em qualquer ponto é nula; toda a região do dieléctrico é “cinzenta”: nem “preta” (positiva) nem “branca” (negativa). Contudo, se colocarmos o dieléctrico no campo do condensador, os núcleos são atraídos em direcção à placa negativa e os electrões em direcção à positiva. Num isolador os electrões estão ligados e os deslocamentos relativamente aos núcleos são pequenos, da ordem das distâncias atómicas. Como o campo do condensador é uniforme, estes deslocamentos são idênticos em todo o dieléctrico; como se fosse um passo igual para todas as senhoras, na analogia dos pares dançantes. No meio do dieléctrico as cargas continuam compensadas; mas nas superfícies, junto às placas do condensador, aparecem cargas não compensadas, de sinal oposto à carga da respectiva placa (fig. 9.24)

Este processo chama-se a **polarização** do dieléctrico. As cargas induzidas no dieléctrico como que formam um condensador plano com campo *de sentido oposto* ao original. O módulo do campo total,  $E$ , e a diferença de potencial,  $\Delta V = Ed$ , diminuem; passamos a ter

$$\begin{aligned} E &= \frac{q}{\varepsilon A} \\ \Delta V &= \frac{qd}{\varepsilon A} \end{aligned}$$

em que  $\varepsilon > \varepsilon_0$  é a **permitividade eléctrica**, ou **constante dieléctrica** do dieléctrico. Por esta razão, a constante  $\varepsilon_0$  é designada por permitividade eléctrica do vazio.

Quanto maior for a carga induzida, menor será o campo total e maior será a permitividade eléctrica. Como,

$$C = \frac{q}{\Delta V} = \varepsilon \frac{A}{d}.$$

uma maior permitividade implica uma maior capacidade do condensador: para a mesma carga a diferença de potencial é menor.

### 9.6.3 A energia de um condensador plano

Depois de várias páginas sobre condensadores ainda não vimos como determinar a energia armazenada num condensador.

Suponhamos que queremos aumentar a carga  $q$  de um condensador de uma quantidade pequena,  $\Delta q \ll q$ . Para isso temos que transportar a carga  $\Delta q$  da placa negativa para a positiva. No fim do processo temos em cada placa,

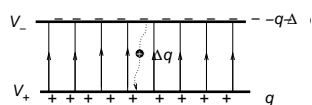


Figura 9.25: Para aumentar a carga do condensador de  $\Delta q$ , transportamos uma carga  $\Delta q$  da placa negativa para a positiva.

negativa	$-q - \Delta q = -(q + \Delta q)$
positiva	$q + \Delta q$

e a carga do condensador é  $q + \Delta q$ .

A carga  $\Delta q$  aumentou de energia potencial, uma vez que a deslocamos de um potencial  $V_-$  para  $V_+$ :

$$\Delta E_p = \Delta q (V_+ - V_-)$$

Para uma variação muito pequena de carga podemos tomar a diferença de potencial  $\Delta V = (V_+ - V_-) = q/C$  como constante no processo e

$$\Delta E_p = \frac{q}{C} \Delta q \quad (\Delta q \ll q).$$

Esta expressão dá então a variação de energia potencial eléctrica de um condensador quando a sua carga varia de uma pequena quantidade,  $q \rightarrow q + \Delta q$ . É análoga à da variação de energia elástica de uma mola quando o seu comprimento varia  $x \rightarrow x + \Delta x$  ( $\Delta x \ll x$ ). Para variar o comprimento da mola, temos de aplicar uma força externa com componente  $x$   $F = kx$ , oposta à força elástica, e o trabalho desta força é  $kx\Delta x$ . A variação de energia potencial da mola é:

$$\Delta E_p = kx\Delta x$$

As correspondências são:

massa e mola	$\leftrightarrow$	condensador
$x$	$\leftrightarrow$	$q$
$k$	$\leftrightarrow$	$\frac{1}{C}$
$F = kx$	$\leftrightarrow$	$\Delta V = \frac{q}{C}$

Como a energia elástica tem a forma

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2,$$

a energia do condensador deve ser:

$$E_p = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}\Delta V q.$$

$\mathcal{ETV}_{12}$  : Um condensador plano tem placas de área  $A = 100 \text{ cm}^2$ , distância entre placas de  $0,1 \text{ mm}$  e um dieléctrico de permitividade 10 vezes a do vazio,  $\varepsilon = 10\varepsilon_0$ .

- a) Que energia é necessária para o carregar a  $\Delta V = 100 \text{ V}$ ?
- b) Qual é a carga do condensador, na situação da alínea a)?
- c) Se a permitividade eléctrica aumentar com a diminuição de temperatura e a diferença de potencial for mantida constante, a carga do condensador aumenta ou diminui, quando a temperatura baixa?

#### 9.6.4 O plano carregado

Para terminar esta digressão pelo condensador plano, falta apenas compreender o ponto de partida para discussão do campo de um condensador: o módulo do campo de um plano carregado não depende da distância ao plano.

Este facto parece ser contrário à lei de Coulomb: à medida que nos afastamos do plano, o campo criado por cada carga diminui; seria de esperar que o campo total também diminuísse. Esta secção foi escrita para quem fica perturbado por esta ideia.

O que acontece é que quanto maior for a distância ao plano, menor é o ângulo que o campo criado por cada carga do plano faz com a direcção perpendicular, a direcção do campo total; embora a intensidade diminua, a direcção do campo de cada carga aproxima-se da normal ao plano. Estes dois efeitos, somados a todas as cargas do plano, compensam-se.

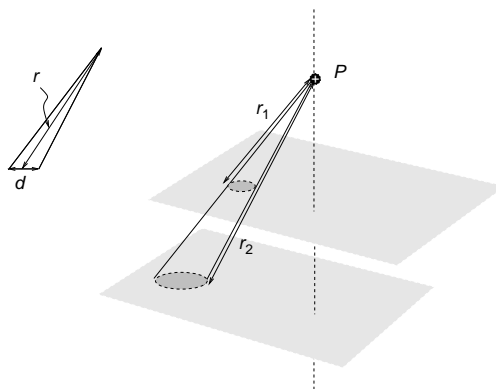


Figura 9.26: As cargas dos dois planos da figura contidas no mesmo ângulo sólido fixo (sombreado), criam campos iguais em  $P$ , se os planos forem idênticos (mesma carga por unidade de área). Embora a contribuição de cada carga do plano mais distante seja inferior de um factor de  $r_1^2/r_2^2$ , por causa do aumento de distância, a carga no interior do ângulo sólido no plano mais afastado é maior de um factor  $r_2^2/r_1^2$ , por causa do aumento da área sombreada ( $d \propto r$ ). Estes dois factores compensam-se e o campo total de cada um dos planos em  $P$  é o mesmo.

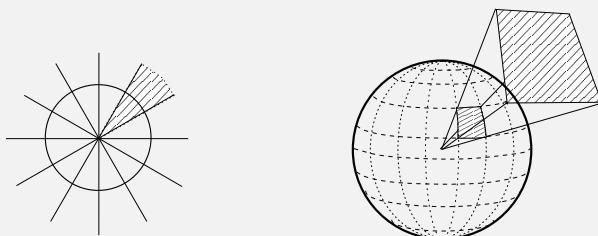
Esta compensação ocorre precisamente por causa da dependência em  $1/r^2$  da lei de Coulomb. A figura 9.26 mostra o que acontece para dois planos com a mesma carga por unidade de área a diferentes distâncias de  $P$ . Podemos dividir o espaço em ângulos sólidos, centrados no ponto  $P$ , onde medimos o campo eléctrico. Cada ângulo sólido que intersecta o plano contém uma quantidade de carga proporcional à área do plano contida no seu interior. O campo criado por cada carga que está no interior desse ângulo sólido varia proporcionalmente a  $1/r^2$ , em que  $r$  é a distância a  $P$ ; mas a área contida no ângulo sólido, e, portanto, a carga total no ângulo sólido, *aumenta* proporcionalmente a  $r^2$  (o diâmetro,  $d \propto r$ ). O factor  $1/r^2$  da lei de Coulomb cancela com o factor  $r^2$  da geometria do espaço a três dimensões: a contribuição de cada pequeno ângulo sólido é independente da distância. Como o campo total pode ser expresso como a soma da contribuição de cada ângulo sólido, o campo total não depende da distância ao plano.

## 9.7 Conclusões

Neste já longo capítulo iniciamos o estudo da interacção electro-magnética, começando por considerar situações com cargas em

### ■ Ângulo sólido ■

As duas rectas que unem o centro de um círculo às extremidades de um arco desse círculo, definem uma região angular do plano. O ângulo plano em radianos é definido pela razão entre o comprimento do arco de círculo,  $s$  raio do círculo,  $r$ ,  $\theta = s/r$ ; como o perímetro é proporcional a  $r$  o ângulo não depende de  $r$ . O círculo completo corresponde a um ângulo total de  $2\pi$ . Por isso o plano pode ser dividido em sectores circulares, cujo ângulos somam  $2\pi$ . A mesma construção pode ser feita no espaço. Em vez de um círculo temos uma esfera; em vez de um segmento de arco temos a área limitada por uma curva fechada na superfície da esfera. As rectas que unem o centro da esfera aos pontos dessa curva fechada, limitam uma região angular do espaço, um cone de vértice no centro da esfera. O valor de cada ângulo sólido, em **esteradianos**, é definido como a razão entre a área da figura correspondente na esfera e o quadrado do raio desta; tal como no caso do ângulo plano, o ângulo sólido não depende de  $r$ . Como a área da esfera é  $4\pi r^2$ , o ângulo sólido total é  $4\pi$ . O espaço pode ser dividido em ângulos sólidos que somam  $4\pi$ .



O ângulo plano e o ângulo sólido.

Caixa 9.2: O conceito de ângulo sólido.

repouso. Algumas das ideias fundamentais podem resumir-se assim:

- 9.1. A interacção electromagnética não é universal como a gravítica; só as partículas carregadas electricamente é que exercem e são actuadas por forças eléctricas.
- 9.2. Existem dois tipos de cargas e as interacções são atractivas entre cargas de tipo diferente e repulsivas entre cargas do mesmo tipo. Cargas do mesmo tipo que a do electrão dizem-se negativas e do mesmo tipo que a do protão dizem-se positivas.
- 9.3. A matéria é em geral neutra, tendo igual número de cargas de cada tipo. A razão é simples. Como cargas de tipo diferente se atraem, e do mesmo tipo se repelem, uma carga “prefere” estar rodeada de cargas de tipo oposto ao seu. Por isso as cargas, em geral, estão compensadas mesmo à escala atómica. Separar cargas positivas de negativas exige energia porque elas se atraem.
- 9.4. Um corpo pode ficar carregado, não porque seja criada carga eléctrica, mas porque existem processos que induzem a separação das cargas positivas e negativas de um material.
- 9.5. A força entre duas cargas é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas tal como no caso da interacção gravítica.
- 9.6. A força eléctrica que se exerce sobre uma partícula num dado ponto é proporcional à sua carga eléctrica. A força por unidade de carga é o **campo eléctrico** nesse ponto. O módulo do campo eléctrico de uma carga pontual varia como  $1/r^2$  em que  $r$  é a distância à carga.
- 9.7. A energia potencial de um partícula na presença de um campo eléctrico é proporcional à respectiva carga. A energia potencial por unidade de carga é o **potencial eléctrico**. O potencial do campo de uma carga pontual varia como  $1/r$  em que  $r$  é a distância à carga.
- 9.8. As propriedades electrónicas dos materiais permitem identificar dois tipos de comportamento: materiais **isoladores** em que todos os electrões estão ligados aos respectivos núcleos; materiais **metálicos** em que existem electrões livres que se podem mover dentro do material sem sentirem forças

restauradoras internas que os liguem a posições de equilíbrio fixas.

- 9.9. Em equilíbrio todo o volume de um metal está ao mesmo potencial eléctrico. O campo no seu interior é nulo.
- 9.10. Podemos armazenar energia electrostática num condensador, que é um par de corpos metálicos separados por um dieléctrico e carregados com cargas simétricas,  $q$  e  $-q$ . A carga de um condensador é proporcional à diferença de potencial entre os seus eléctrodos,  $q = CV$ . A constante de proporcionalidade é a capacidade do condensador.
- 9.11. Um condensador plano é formado por duas placas planas separadas por um dieléctrico (pode ser o ar ou o vazio) com espessura muito inferior às dimensões das placas. A sua capacidade é

$$C = \varepsilon \frac{A}{d}.$$

- 9.12. A energia armazenada num condensador é  $q^2/2C$ .

Um lição importante deste capítulo, é que, apesar da sua novidade, todos estes conceitos se integraram numa estrutura que já era conhecida. Os conceitos de partícula, interacção, força, campo, energia potencial, são os da Física Newtoniana. Ao fim e ao cabo estamos apenas a concretizar o programa Newtoniano de descobrir as leis de força de todas as interacções.

## 9.8 Resposta ao $\mathcal{ETV}'s$

- 9.1.  $\mathcal{ETV}_1$ : Se cargas idênticas se atraíssem e opostas se repelissem seria de esperar observar uma separação, cargas de um tipo para um lado e do tipo oposto para o outro. Todos os corpos estariam carregados e a interacção eléctrica dominaria sobre a gravítica em todas as situações!

- 9.2.  $\mathcal{ETV}_2$ : Para uma órbita circular

$$m_e \frac{v^2}{r} = G \frac{m_e m_p}{r^2} \Rightarrow v^2 = G \frac{m_p}{r},$$

e

$$E = \frac{1}{2} m_e v^2 - G \frac{m_e m_p}{r} = -G \frac{m_e m_p}{2r} = -1,04 \times 10^{-57} \text{ J}.$$

Em eV

$$E = \frac{1,04 \times 10^{-57} \text{ J}}{e} = 6,5 \times 10^{-39} \text{ eV}.$$

A energia de ionização do átomo de hidrogénio é de 13,6 eV!

9.3.  $\mathcal{ETV}_3$ : a carga total dos produtos da reacção é  $(+e)+(-e)+0=0$ , tal como antes. A carga total é conservada!

9.4.  $\mathcal{ETV}_4$ : não pois as duas interacções têm a mesma dependência na distância:

$$\begin{aligned}\frac{F_g}{F_e} &= \frac{Gm_p^2/r^2}{k_C e^2/r^2} = \frac{Gm_p^2}{k_C e^2} \\ &= \frac{6,7 \times 10^{-11} (1,7 \times 10^{-27})^2}{9,0 \times 10^9 \times (1,6 \times 10^{-19})^2} = 0,84 \times 10^{-36}\end{aligned}$$

A interacção gravítica é muitíssimo menor!

9.5.  $\mathcal{ETV}_5$ : A resultante tem módulo

$$\begin{aligned}F &= k_C \times 10 \times 10^{-6} \times 10^{-6} \left( \frac{1}{(1-0,0005)^2} - \frac{1}{(1+0,0005)^2} \right) = \\ &= k_C \times 10 \times 10^{-6} \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-3} = 1,8 \times 10^{-4} \text{ N}.\end{aligned}$$

9.6.  $\mathcal{ETV}_6$ :

- (a) Continua a ser zero. Como está isolada, a sua carga total não varia.
- (b) A primeira esfera, a mais próxima da vara de vidro, fica com carga positiva, atraída pela vara. A segunda esfera fica com carga negativa, que é repelida pela vara de vidro.
- (c) Atraem com a mesma intensidade. A carga total das duas esferas é nula, tal como era antes das esferas se tocarem. Se a primeira tem carga  $+q$ , a segunda tem carga  $-q$ .

9.7.  $\mathcal{ETV}_7$ : O campo de uma carga pontual tem um módulo que tende para infinito quando a distância à carga tende para zero;  $1/r^2 \rightarrow \infty$ , se  $r \rightarrow 0$ . Logo, suficientemente próximo de uma carga pontual, o campo total é **sempre** praticamente igual ao dessa carga pontual, pois o campo dessa carga tem um módulo que está a tender para infinito. Junto a cada carga as linhas de força são radiais, dirigidas para fora para uma carga positiva e dirigidas para a carga no caso de uma carga negativa, tal como se o campo fosse apenas o campo criado por essa carga.

9.8.  $\mathcal{ETV}_8$ : quando a partícula  $\alpha$  pára, a sua energia é exclusivamente potencial:

$$E = E_p = k_C \frac{(2e)(Ze)}{r} = k_C \frac{2Ze^2}{r}.$$

A uma distância muito grande do átomo de ouro ( $r \rightarrow \infty$ ) a energia da partícula  $\alpha$  é cinética apenas:

$$E = E_c = 5 \text{ MeV} = 5 \times 10^{-6} \times 1,6 \times 10^{-19} = 8,0 \times 10^{-13} \text{ J}.$$

Como há conservação de energia, quando a partícula  $\alpha$  pára,

$$E_p = 8,0 \times 10^{-13}.$$

e

$$r = k_C \frac{2Ze^2}{E_p} = 4,5 \times 10^{-14} \text{ m} = 4,5 \times 10^{-4} \text{ \AA}.$$

Esta distância é muito menor que a distância média do electrão ao núcleo.

9.9.  $\mathcal{ETV}_9$ : Nada! Se retirarmos uma parte do metal no interior estamos a retirar matéria neutra que cria um campo nulo. Pelo princípio de sobreposição não alteramos o campo em nenhuma parte do espaço. Em particular podemos concluir que o campo no buraco interior do metal é nulo, tal como era no volume de metal que retirámos.

9.10.  $\mathcal{ETV}_{10}$ : Os electrões dirigem-se em direcção à nuvem e os iões positivos em direcção à antena. O electrão, como qualquer partícula, acelera para onde a sua energia potencial é menor (a sua energia cinética cresce). A energia potencial de um electrão é  $(-e)V$ , o que significa que a sua energia potencial é tanto menor quanto maior for o potencial eléctrico. Como a nuvem está a um potencial maior que a Terra, os electrões aceleram para a nuvem. Com iões positivos temos a situação inversa: a sua energia potencial é tanto menor quanto *menor* for o potencial eléctrico: portanto, aceleram em direcção à antena.

9.11.  $\mathcal{ETV}_{11}$ :

$$E = \frac{V}{d} = \frac{100}{10^{-3}} = 10^5 \text{ V m}^{-1};$$

As unidades  $\text{V m}^{-1}$  e  $\text{N C}^{-1}$  são ambas unidades SI do campo: são a mesma unidade. Logo

$$E = 10^5 \text{ N C}^{-1}.$$

9.12.  $\mathcal{ETV}_{12}$ :

(a) Como  $q = CV$

$$E = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2$$

sendo  $C = \epsilon A/d = 10 \times \epsilon_0 A/d$ . Assim

$$\begin{aligned} C &= 10 \times \frac{4\pi\epsilon_0}{4\pi} \times \frac{10^{-2}}{10^{-4}} = 10 \times \frac{10^{-2}}{4\pi \times k_C \times 10^{-4}} \\ &= 8,8 \times 10^{-9} \text{ F} = 8,8 \text{ nF}. \end{aligned}$$

A energia é

$$\frac{1}{2}C \times V^2 = 4,4 \times 10^{-5} \text{ J}.$$

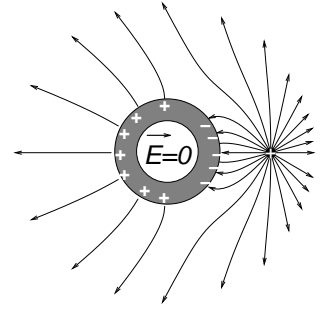


Figura 9.27: O campo no interior do metal é nulo!

- (b)  $q = CV = 8,8 \times 10^{-9} \times 10^2 = 0,88 \mu\text{C}$ .
- (c) A carga aumenta, pois a capacidade aumenta se a permissividade aumentar: como  $V$  é constante,  $q = CV$  tem que aumentar. Isto significa que o condensador não pode estar isolado. Tem que estar ligado a uma bateria que mantenha  $V$  constante e que lhe fornece a carga adicional. Se o condensador estiver isolado  $q$  mantém-se; como  $C$  aumenta,  $V$  diminui.

## 9.9 Actividades, Questões e Problemas

### 9.9.1 Actividades

#### 9.1. Electrostática em casa.

Ver ficha de actividade A45

#### 9.2. Simulação da experiência de Millikan

Ver ficha de Actividade A46.

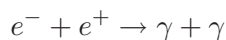
#### 9.3. Estudo do condensador plano

Ver ficha de actividade A47.

### 9.9.2 Questões

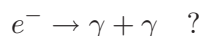
- 9.1. A interacção gravítica também satisfaz o princípio de sobreposição, como a eléctrica?
- 9.2. Imaginemos que existiam três tipos de carga,  $r$ ,  $g$  e  $b$ . A regra desta interacção continua a ser que cargas do mesmo tipo de repelem e cargas de tipo diferente se atraem.
- a) Duas partículas são ambas atraídas por uma terceira. Qual é a interacção entre elas, atractiva ou repulsiva?
- b) uma partícula composta por duas partículas de carga diferentes, por exemplo,  $r$  e  $g$ , seria neutra, com carga nula? Que tipo de força (atractiva ou repulsiva) exerceria sobre cada tipo de carga  $r$ ,  $g$  ou  $b$ ?
- 9.3. Para cada partícula existe uma anti-partícula de carga oposta e com a mesma massa. A anti-partícula do electrão é o positrão,  $e^+$ .

- (a) A seguinte reacção em que um electrão e um positrão se aniquilam dando origem a dois fotões,



conserva a carga eléctrica?

- (b) O electrão pode decair em dois fotões  $\gamma$ ,



- 9.4. Que há de errado com a representação do campo eléctrico na figura 9.28?

Nota: intensidade do campo é representada pelo tamanho de cada seta.

- 9.5. Na figura 9.29 representam-se algumas linhas equipotenciais do campo de uma esfera carregada. Os números são valores do potencial em Volt.

- (a) Qual é o sinal desta carga?  
 (b) Um electrão largado do repouso do círculo do meio, que velocidade tem ao atravessar o próximo círculo?

- 9.6. A quais das seguintes unidades SI é equivalente o FARAD? (Sugestão: ver as expressões em que surge a capacidade.)

- (a) C V<sup>-1</sup>;  
 (b) J C<sup>-2</sup>;  
 (c) J<sup>-1</sup> C<sup>2</sup>;  
 (d) J C<sup>-1</sup>;  
 (e) N<sup>-1</sup> m<sup>-1</sup> C<sup>2</sup>;

- 9.7. O plano que contém os pontos equidistantes de duas cargas simétricas  $+q$  e  $-q$ , é uma superfície equipotencial de potencial nulo (igual ao do infinito) do campo das duas cargas.

- (a) Explicar porquê.  
 (b) Mostrar que em cada lado do plano o potencial tem sinais diferentes.

- 9.8. Um condensador plano tem um campo  $E = 100 \text{ V m}^{-1}$  entre as suas placas. Numa das placas a carga é reduzida a metade.

- (a) Quanto passa a valer o campo entre as placas?

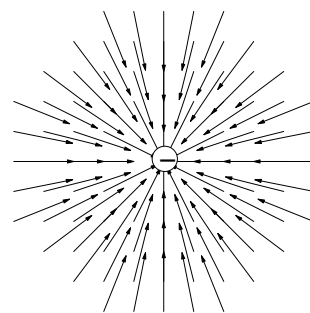


Figura 9.28: Que há de errado com este campo?

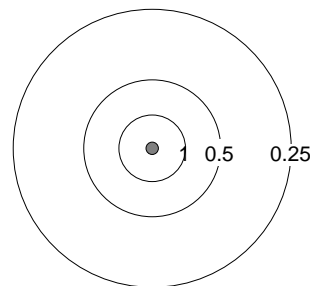


Figura 9.29: Linhas equipotenciais de uma carga pontual.

(b) E fora delas?

Nota: fazer a aproximação do condensador plano infinito.

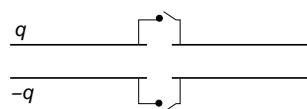


Figura 9.30:  
Condensadores em  
paralelo.

9.9. Se um condensador tem uma diferença de potencial  $\Delta V$  ao colocar-lhe uma carga  $q$  a variação da energia potencial da carga é  $q\Delta V$ . Contudo a energia potencial de um condensador é  $q\Delta V/2$ . Qual é a origem deste factor  $1/2$ ?

9.10. Dois condensadores planos, idênticos, de capacidade  $C$ , estão colocados lado a lado: um está carregado e o outro descarregado. Agora ligamos cada uma das placas do condensador descarregado a uma placa do outro com um fio metálico.

- (a) Com que carga fica cada placa dos dois condensadores?
- (b) Qual é a diferença de potencial entre duas placas ligadas por um fio metálico?
- (c) Este conjunto é um condensador. A sua carga é carga total de cada par de placas ligadas e o seu potencial a diferença de potencial entre os dois pares de placas ligadas. Qual é a capacidade deste condensador (em termos de  $C$ )?
- (d) Se os dois condensadores não forem idênticos e tiverem capacidades  $C_1$  e  $C_2$ , qual é a capacidade do conjunto? Como se distribui a carga pelos dois condensadores?

### 9.9.3 Problemas

9.1. Para ter uma força entre duas cargas iguais separadas de 5 cm, de  $10^{-3}$  N, quanto deve valer cada carga em unidades de carga elementar,  $e$ , ou seja a quantos electrões ou protões deve corresponder cada carga?

9.2. Dois electrões são largados do repouso a uma distância 1 Å, e afastam-se sob a acção da respectiva repulsão até uma distância muito grande, ( $r \rightarrow \infty$ ).

- (a) Quando estão a uma distância muito grande qual é a energia cinética de cada electrão em eV?
- (b) Qual é a velocidade de cada electrão para distâncias muito grandes?

9.3. Uma partícula  $\alpha$  e um electrão distam de 2 Å.

- (a) A que distância do electrão está o ponto onde o campo eléctrico criado por estas duas partículas é nulo? Represente em esquema as duas cargas e marque esse ponto.
- (b) Na linha que passa pelas duas partículas existe um ponto de potencial eléctrico nulo. A que distância do electrão está esse ponto?
- (c) Qual é o trabalho que é necessário realizar para trazer uma carga do infinito até ao ponto onde o potencial é nulo?

9.4. Na molécula da água o ângulo das duas ligações O – H é de  $104^\circ$  (fig. 9.31). O comprimento das ligações é  $d = 0,96 \text{ \AA}$ . Qual é a força de repulsão que cada núcleo de hidrogénio (protão) exerce no outro?

9.5. Considerar três cargas dispostas segundo uma linha, com igual distância entre cargas consecutivas,  $d = 10 \text{ cm}$  e com valores  $q_1 = 2 \mu\text{C}$ ,  $q_2 = -1 \mu\text{C}$ ,  $q_3 = 1 \mu\text{C}$ .

- (a) A força sobre a terceira carga que sentido tem: dirigida para as outras ou o sentido oposto?
- (b) Determinar em que posição deve ser colocada a carga do meio,  $q_2$ , para que a força sobre ela seja nula (as outras cargas fixas).
- (c) Verificar se essa posição é de equilíbrio estável, considerando o sentido da força para posições próximas da posição de força nula.

9.6. Calcular, em eV, a energia potencial electrostática de três electrões situados num vértice de um triângulo equilátero de lado  $2 \text{ \AA}$ .

9.7. Os primeiros resultados que aparecem no artigo de Millikan de 1911 estão reproduzidos na tabela 9.1 (Millikan apresenta várias páginas de observações só com esta gota) e dizem respeito a uma gota que ele seguiu, a descer sob acção da gravidade e subir entre as placas de um condensador plano quando ligava o campo, durante quatro horas e meia. Millikan cronometrava o tempo  $t_g$  que a gota demorava a descer entre as marcas da luneta ( $d = 1,010 \text{ cm}$ ) sob a acção da gravidade e o tempo  $t_f$  que demorava a subir a mesma distância quando aplicava uma diferença de potencial,  $V$ , entre as placas do condensador plano. Cita os seguintes valores:

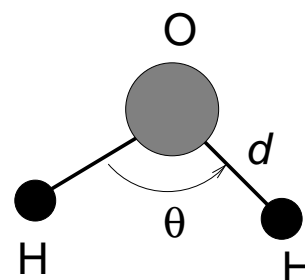


Figura 9.31: Geometria da molécula de água.

$V/\text{V}$	$t_g/\text{s}$	$t_f/\text{s}$
7950	22,8	29,0
	22,0	21,8
	22,3	17,2
	22,4	17,3
	22,0	17,3

Tabela 9.1: Primeiros resultados da experiência de Millikan

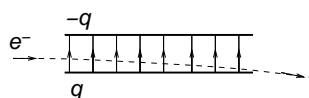


Figura 9.32: Qual é o desvio do feixe de electrões?

- distância entre placas: 1,600 cm;
- densidade do óleo (subtraída da densidade do ar):  $0,8960 \text{ g cm}^{-3}$ ;
- viscosidade do ar:  $1,836 \times 10^{-5} \text{ N s m}^{-2}$ .

- Qual era o valor do raio desta gota?
- Os três valores, bastante diferentes, de  $t_f$  correspondem a três estados de carga da gota. Calcular o valor dessas cargas e determinar quanto electrões a mais tinha a gota em cada situação.

9.8. Um feixe de electrões entra no interior de um condensador plano, com placas quadradas de lado 2 cm e distância entre placas de 1 mm. A direcção inicial do feixe é paralela às placas, no plano médio entre elas. O potencial do condensador é de 50 V.

- Qual é força sobre cada electrão do feixe?
- Calcular a energia cinética que os electrões do feixe devem ter para que não colidam com as placas, antes de emergir do condensador.

# Bibliografia

- [1] Paul Falstad. Math and physics applets. URL: <http://www.falstad.com/mathphysics.html>, 2006.



# Conteúdo

Ficha Técnica . . . . .	2
<b>9 Cargas e campos eléctricos</b>	<b>5</b>
9.1 Interacções . . . . .	5
9.1.1 Interacções não gravíticas . . . . .	5
9.2 Interacção de Coulomb . . . . .	8
9.2.1 Estrutura atómica . . . . .	8
9.2.2 Princípio de sobreposição . . . . .	9
9.2.3 Carga eléctrica . . . . .	10
9.2.4 Quantificação da carga eléctrica . . . . .	13
9.2.5 Lei de Coulomb . . . . .	14
9.3 Electrificação por contacto . . . . .	18
9.3.1 Polarização . . . . .	19
9.3.2 Metais e isoladores . . . . .	21
9.3.3 Electrostática e humidade . . . . .	22
9.4 Campo eléctrico . . . . .	23
9.4.1 Campo de uma carga pontual . . . . .	24
9.5 Potencial eléctrico . . . . .	26
9.5.1 Energia potencial de um campo de forças . . . . .	26
9.5.2 Energia potencial de duas cargas . . . . .	27
9.5.3 Definição de potencial eléctrico . . . . .	28
9.5.4 Superfícies equipotenciais . . . . .	30
9.6 Condensadores . . . . .	34
9.6.1 O campo num condensador plano . . . . .	35

9.6.2	Capacidade de um condensador . . . . .	37
9.6.3	A energia de um condensador plano . . . . .	40
9.6.4	O plano carregado . . . . .	41
9.7	Conclusões . . . . .	42
9.8	Resposta ao $\mathcal{ETV}'s$ . . . . .	45
9.9	Actividades, Questões e Problemas . . . . .	48
9.9.1	Actividades . . . . .	48
9.9.2	Questões . . . . .	48
9.9.3	Problemas . . . . .	50