***Teoria dos Números***

***Algorismo de controlo***

Os algorismos de controlo servem para detectar erros quando se lida com números de grandes dimensões, ou seja, números com muitos algorismos. Estes algorismos aparecem em vários sistemas de identificação, como por exemplo:

* Bilhete de identidade;
* Número de identificação fiscal;
* Cartão visa;
* Número de identificação bancária;
* Entre outros…

A base da maioria destes algorismos é a Aritmética Modular, que envolve congruências. Diz-se que um inteiro $x$ é congruente ao inteiro $y$ modulo$ m$, quando $m| x-y$ e escreve-se

$$x≡y (mod m)$$

Agora vou explicar como se calcula o algorismo de controlo em exemplos especificos.

* **Código de barras**

De certeza que já aconteceu ir ao supermercado e o sensor não reconhecer o código de barras. Então, a empregada escreve no teclado o código de barras desse produto e resolve-se o problema. Mas as vezes as pessoas que estão na caixa enganam-se a escrever o código de barras mas, é muito difícil a pessoa enganar-se e escrever outro código de barras válido, respectivo a outro produto. Se assim não fosse poderíamos, com um simples engano, comprar um kilo de arroz ao preço de um computador.

O que é que evita esses erros? A presença de um algorismo de controlo.

*Como se determine o algorismo de controlo?*

O algorismo de controlo no código de barras é o número que se situa mais à direita e é calculado atravês dos outros doze números do seguinte modo:

x1+3x2+x3+3x4+x5+3x6+x7+3x8+x9+3x10+x11+3x12+C$ ≡$ 0(mod10)

onde C é o algorismo de controlo e x1 é o primeiro número do código de barras, x2 o segundo e assim sucessivamente.

* **ISBN**

ISBN (Numero Padrão Internacional do Livro) é o um sistema identificador único para livros e publicações.

O ISBN tem quatro partes: o código do grupo (1digito), o código do editor (2 digitos), o código do livro (6digitos) e o algorismo de controlo.

O algorismo de controlo, $d$, onde $0\leq d\leq 10$, no caso de ser 10 denota-se por X (10 em número romano), está definido por

$d≡-\left(x\_{1},x\_{2},…,x\_{9}\right)\*\left(10,9,8,7,6,5,4,3,2\right)(mod 11)$,

onde, $x\_{1},x\_{2},…,x\_{9}$ são os nove digitos do ISBN.

* **Exemplo:**

Determine o algorismo de controlo no seguinte ISBN: 0-07-035472

**Solução:**

$$d≡-\left(0,0,7,0,3,5,4,7,2\right)\left(10,9,8,7,6,5,4,3,2\right)\left(mod 11\right)$$

$ ≡-\left(0+0+56+0+18+25+16+21+4\right)(mod 11)$

$$ ≡-140 (mod 11)$$

Vamos determinar a solução da congruência linear $x≡-140(mod 11)$.

mdc(1,11)=1, e como 1 divide -140 existe solução inteira.

Assim temos,

$$x-11y=-140$$

Encontramos uma solução particular, e portanto fica,

$$3-11\*13=-140$$

Então, a equação das soluções fica

$x=3-(11/1)t$, $t\in z$

Fazendo, t=0, fica x=3.

O algorismo de controlo é 3 e o ISBN fica 0-07-0354723

* **Carta de condução**

Alguns estados dos Estados Unidos da América determinam oito números *d1 d2 ...d8* e depois adicionam um algorismo de controlo *d9* que definam da seguinte maneira:

$$d\_{9} ≡ \sum\_{1}^{8}(10-i)d\_{i }(mod 10)$$

Outros estados, como por exemplo Arkansas, New Mexico e Tennessee, usam outra fórmula, em que o algorismo de controlo é d8:

$$x ≡-\left(d\_{1},d\_{2},…,d\_{7}\right)\*\left(2,7,6,5,4,3,2\right)(mod11)$$

Então

$$x= \left\{\begin{array}{c}1 ,se x=0\\0 ,se x=10\\x ,para outros valores \end{array}\right.$$

* **Exemplo:**

Determine o algorismo de controlo, $d$,na carta de condução do estado de New Mexico, em que o número de identificação é 0354729.

**Solução:**

$$x≡- \left(0,3,5,4,7,2,9\right)\*\left(2,7,6,5,4,3,2\right)\left(mod 11\right)$$

$$ ≡ -\left(0+21+30+20+28+6+18\right)(mod 11)$$

$$ ≡-123 ≡9 (mod11)$$

Resolvendo da mesma maneira que no exemplo anterior fica:

$$x≡-123\left(mod11\right)$$

mdc(1,11)=1, 1divide -123

$$x-11y=-123$$

$$9-11\*12=-123$$

A equação é

$x=9-(11/1)t$,$ t\in z$

Fazendo t=0, fica x=9.

Então, pela definição, o número da licença é 03547199.

**Céline Gordino**

**Nº20001**

**Matemática**

**18/12/08**